

С.И. Носков¹¹Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Россия**ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СИСТЕМЫ ОГРАНИЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Аннотация. В работе предложен способ повышения разрешающей способности системы ограничений-неравенств в задаче линейного программирования. При этом использована идея, лежащая в основе метода уступок при решении задач векторной оптимизации.

Ключевые слова: задача линейного программирования, разрешающая способность системы неравенств, метод уступок.

S.I. Noskov¹¹Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia**INCREASING THE RESOLUTION OF THE SYSTEM OF CONSTRAINTS IN THE PROBLEM OF LINEAR PROGRAMMING**

Annotation. The paper proposes a method for increasing the resolution of the system of constraints-inequalities in a linear programming problem. In this case, the idea underlying the concession method in solving vector optimization problems is used.

Keywords: linear programming problem, resolving power of a system of inequalities, method of concessions.

Сведение к задаче линейного программирования (ЛП) является весьма распространенным способом формализации математических моделей многих сложных систем (см., например, [1-5]).

Рассмотрим задачу ЛП в нормальной форме:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j, j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Пусть вектор x^* - оптимальное решение задачи ЛП (1) – (3).

Введем в рассмотрение, следуя, например, [6], неотрицательные числа $d_j = b_j - \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i^*$, $j = \overline{1, m}$, характеризующие разрешающую способность системы неравенств (2). Иногда характер решаемой исследователем конкретной прикладной задачи предполагает необходимость повышения этой способности. Так, в работе [6] это требуется при выборе единственной альтернативы при решении задачи многокритериальной оптимизации, в [7,8] – при исследовании интервальной системы линейных алгебраических уравнений посредством построения ее РС-решения, в [9,10] – при построении регрессионных моделей по интервальным данным.

Повысить разрешающую способность системы неравенств (2) можно, воспользовавшись идеей, лежащей в основе метода уступок [11] при решении задач векторной оптимизации.

Пусть исследователь, исходя из соображений формального или содержательного характера, может пойти на некоторое уменьшение (уступку) на величину $\delta \geq 0$ оптимального значения целевой функции $\sum_{i=1}^n c_i x_i^*$ с тем, чтобы повысить разрешающую способность системы ограничений (2). Тогда такое повышение обеспечивается решением задачи ЛП с ограничениями (2), (3),

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \geq \sum_{i=1}^n c_i x_i^* - \delta \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ji}x_i + u_j \leq b_j, j = \overline{1, m}, \quad (5) \quad 66$$

$$u_j \geq 0, j = \overline{1, m} \quad (6)$$

и целевой функцией

$$\sum_{j=1}^m u_j \rightarrow \max. \quad (7)$$

Пример. Рассмотрим задачу ЛП из классической публикации Yu L. и Zeleny M. [12], в которой описан многокритериальный симплекс-метод. При этом в качестве целевой функции примем сумму трех таких функций из [12]:

$$2x_1+3x_2+x_3+4x_4+5x_5 \rightarrow \max, \quad (8)$$

$$x_1+2x_2+x_3+x_4+2x_5+x_6+2x_7 \leq 16, \quad (9)$$

$$-2x_1-x_2+x_4+2x_5+x_7 \leq 16, \quad (10)$$

$$-x_1+x_3+2x_5-2x_7 \leq 16, \quad (11)$$

$$x_2+2x_3-x_4+x_5-2x_6-x_7 \leq 16, \quad (12)$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, 7}. \quad (13)$$

Оптимальным решением задачи ЛП (8) – (13) является вектор $x^*=(0,0,0,16,0,0,0)$, при этом $\sum_{i=1}^n c_i x_i^*=64$, разрешающая способность системы неравенств составляет $d=(0,0,16,32)$. Назначим величину $\delta =4$, на которую можно уменьшить оптимальное значение целевой функции, чтобы повысить разрешающую способность системы. После решения задачи ЛП (2) – (7) получим новое решение $\bar{x}=(2,0,0,14,0,0,0)$ и вектор $\bar{d}=(0,6,18,30)$. Таким образом, общая разрешающая способность системы неравенств увеличилась на 6.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лебедев А.М., Волков А.К. Метод снижения вероятности реализации угроз авиационной безопасности путем оптимизации состава средств досмотра на основе линейного программирования // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. - 2015. - № 3 (15). - С. 144-150.
2. Шипицына Р.Е., Витвицкий Е.Е. Сравнение результатов применения методов решения транспортной задачи линейного программирования // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. - 2021. - № 2. - С. 6-23.
3. Мелькумов В.Н., Кузнецов И.С., Кобелев В.Н. Задача поиска оптимальной структуры тепловых сетей // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. - 2011. - № 2 (22). - С. 37-42.
4. Яшузакова Ш., Катаргина Т., Павлова Т.А. Управление качеством продукции пищевых производств на основе дискретно-аналитических математических моделей // Агротехника и энергообеспечение. - 2018. - № 2 (19). - С. 156-163.
5. Балабанова Н.В., Валинурова А.А., Данилова С.В. Применение задачи линейного программирования для решения частных задач банковской деятельности // Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. - 2022. - № 1 (69). - С. 46-53.
6. Васильев С.Н., Селедкин А.П. Синтез функции эффективности в многокритериальных задачах принятия решений // Известия АН СССР. Тех. Кибернетика. – 1980. - №3. - С.186-190.
7. Носков С. И., Лакеев А. В. РС-решения и квазирешения интервальной системы линейных алгебраических уравнений // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. - 2021. - № 3(17). - С. 262-276.

8. Носков С.И. Точечная характеристика множеств решений интервальных систем линейных алгебраических уравнений // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. - 2018. - № 1 (1). - С. 8 - 13.
9. Носков С.И., Врублевский И.П., Заянчукская В.О. Применение интервального регрессионного анализа для моделирования объектов транспорта // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. - 2020. - № 3 (47). - С. 45-52.
10. Носков С.И. Построение экспертно-статистических моделей по неполным данным // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. - 2021. - Т. 15. - № 6. - С. 33-39.
11. Растринин Л.А. Системы экстремального управления. - М.: Наука. 1974. – 632 с.
12. Yu L., Zeleny M. The set of all nondominated solutions in linear cases and multicriteria simplex method // J. of Math. Anal. and Applic. -1975. –V.49. -№2. – P.430-460.

REFERENCES

1. Lebedev A.M., Volkov A.K. A method for reducing the likelihood of aviation security threats by optimizing the composition of screening tools based on linear programming // Models, systems, networks in economics, technology, nature and society. - 2015. - No. 3 (15). - S. 144-150.
2. Shipitsyna R.E., Vitvitsky E.E. Comparison of the results of applying methods for solving the transport problem of linear programming // Crede Experto: transport, society, education, language. - 2021. - No. 2. - S. 6-23.
3. Melkumov V.N., Kuznetsov I.S., Kobelev V.N. The task of finding the optimal structure of heat networks // Scientific Bulletin of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and architecture. - 2011. - No. 2 (22). - S. 37-42.
4. Yashuzakova Sh., Katargina T., Pavlova T.A. Quality management of food production based on discrete-analytical mathematical models // Agrotechnics and energy supply. - 2018. - No. 2 (19). - S. 156-163.
5. Balabanova N.V., Valinurova A.A., Danilova S.V. Application of the problem of linear programming for solving particular problems of banking // Modern science-intensive technologies. Regional application. - 2022. - No. 1 (69). - S. 46-53.
6. Vasiliev S.N., Seledkin A.P. Synthesis of the efficiency function in multicriteria decision-making problems // Izvestiya AN SSSR. Those. Cybernetics. - 1980. - No. 3. - P.186-190.
7. S. I. Noskov and A. V. Lakeev, “RS-Solutions and Quasi-Solutions of an Interval System of Linear Algebraic Equations,” Bulletin of St. Petersburg University. Applied Mathematics. Computer science. Management processes. - 2021. - No. 3(17). - C. 262-276.
8. Noskov S.I. Point characterization of solution sets for interval systems of linear algebraic equations // Information technologies and mathematical modeling in the management of complex systems. - 2018. - No. 1 (1). - S. 8 - 13.
9. Noskov S.I., Vrublevsky I.P., Zayanchukovskaya V.O. Application of interval regression analysis for modeling transport objects // Bulletin of the Ural State University of Communications. - 2020. - No. 3 (47). - S. 45-52.
10. Noskov S.I. Construction of expert-statistical models based on incomplete data // T-Comm: Telecommunications and transport. - 2021. - Т. 15. - № 6. - С. 33-39.
11. Rastrigin L.A. Extreme control systems. - М.: Science. 1974. - 632 p.
12. Yu L., Zeleny M. The set of all nondominated solutions in linear cases and multicriteria simplex method // J. of Math. Anal. and Applic. -1975. -V.49. -#2. - P.430-460.

Информация об авторе

Сергей Иванович Носков – д.т.н., профессор, профессор кафедры «Информационные системы и защита информации», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: sergey.noskov.57@mail.ru.

Author

Sergey Ivanovich Noskov – Doctor of Technical Science, Professor, the Subdepartment Information systems and information security, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail:sergey.noskov.57@mail.ru

Для цитирования

Носков С.И. Повышение разрешающей способности системы ограничений в задаче линейного программирования // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2023. – №1(17). – С.65-68– DOI: 10.26731/2658-3704.2023.1(17).65-68 – Режим доступа: <http://ismm-irgups.ru/toma/117-2023>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 31.03.2023)

For citation

Noskov S.I. Povyshenie razreshayushchej sposobnosti sistemy ogranichenij v zadache linejnogo programmirovaniya [Increasing the resolution of the system of constraints in the problem of linear programming] // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the control of complex systems: electronic scientific journal], 2023. No. 1(17). P. 65-68. DOI: 10.26731/2658-3704.2023.1(17).65-68 [Accessed 31/03/23]