УДК 658.07

А.А. Ермаков [1], Д.О. Воронков [1]

[1]Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

ОДИН ИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ РАБОТЫ СКЛАДА

Аннотация. *Рассматривается одна из статистических моделей работы склада. Модель основана на типичных объемах входящего и выходящего потоков хранимых грузов. На основании прямого перебора определяются все возможные варианты запасов склада. По распределениям типовых объемов вычисляются вероятности возможных запасов. По этим данным строится таблица кумулятивных вероятностей или интегральный закон распределения. На основании назначенной доверительной вероятности, используя таблицу кумулятивных вероятностей, определяется прогнозируемый запас склада. Для случая, когда в таблице нет вероятностей, равной кумулятивной предлагается аналитический метод. Метод основан на подобии отношений между граничными значениями доверительной вероятности и значений складских запасов, соответствующих границам доверительной вероятности. Приведен пример решения задачи определения прогнозируемого запаса склада.*

Ключевые слова: *склад, грузы, хранение грузов, входящий суммарный поток грузов, выходящий суммарный поток грузов, запас склада, объем складских помещений, объем запаса, страховой запас, вероятности суточного входящего и выходящего потоков, прогнозируемый запас, доверительная вероятность*

A.A. Ermakov [1], D.O. Voronkov [1]

[1]Irkutsk state University of railway engineering, Irkutsk, the Russian Federation

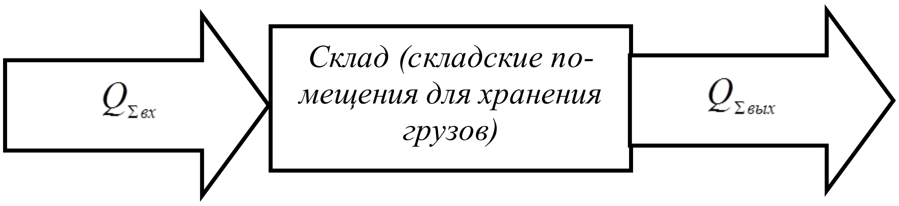
ONE OF THE STATISTICAL APPROACHES TO MODELING WAREHOUSE WORK

Abstract. *One of the statistical models of warehouse operation is considered. The model is based on typical volumes of incoming and outgoing flows of stored goods. On the basis of a direct search, all possible options for warehouse inventory are determined. The probability of possible reserves is calculated from the distributions of typical volumes. Based on these data, a table of cumulative probabilities or an integral distribution law is constructed. On the basis of the assigned confidence probability, using the cumulative probabilities table, the projected stock of the warehouse is determined. For the case when there are no probabilities in the table, an analytical method is proposed equal to the cumulative one. The method is based on the similarity of the relations between the boundary values of the confidence probability and the values of the inventory corresponding to the boundaries of the confidence probability. An example of solving the problem of determining the projected stock of the warehouse.*

Keywords: *warehouse, cargo, storage of goods, part of the total flow of goods, leaving the total flow of goods, stock the warehouse, the volume of warehouse space, stock quantity, safety stock, the probability of daily incoming and outgoing flows, predictable stock, confidence probability*

Современный склад, предназначенный для получения, хранения и выдачи штучных форм грузов представляет собой сложную систему сооружений и помещений, в которой организуется движение грузов от поставщика к потребителю с их хранением в течение некоторого времени. Сегодня существуем множество моделей склада, отражающих различные виды его деятельности [1, 3-5]. В настоящей статье рассматривается статистическая модель деятельности склада, направленная на оценку возможных запасов склада в будущем на основе данных за некоторый предыдущий период его работы.

Простейшая функциональная схема такого склада представлена на рисунке 1.



$Q_{\Sigma вх}$ – *входящий суммарный поток грузов*

$Q_{\Sigma вых}$ – *выходящий суммарный поток грузов*

Рис. 1 . Простейшая функциональная схема склада

Входящий и выходящий суммарные потоки представляют собой входящий и выходящий объемы различных грузов, проходящие в течение некоторого минимального отчетного периода времени τ (сутки) через склад.

Разность между $Q_{\Sigma вх}$ и $Q_{\Sigma вых}$, с учетом уже находящихся на складе грузов, определяется как суточный запас склада R [3, 5]:

$$R = R(\tau) + Q_{\Sigma вх} - Q_{\Sigma вых}, \quad (1)$$

где $R(\tau)$ – хранящийся на складе объем груза к началу минимального периода хранения τ.

Если W – постоянный объем помещений, то для организации бесперебойной работы склада необходимо соблюдение условия

$$R_{\min} < R \le W, \quad (2)$$

где $R_{\min}$ – минимально допустимый объем грузов, обеспечивающий работу без простоев.

Любая ситуация, противоречащая условию (2): $R \le R_{\min}$ или $R > W$ ведет к сбою в работе склада.

Величина R является случайной и формируется под влиянием случайных объемов $Q_{\Sigma вх}$ и $Q_{\Sigma вых}$ (1). Недетерминированность этих величин обуславливается случайными потоками предложений и заявок, влиянием конкурирующих факторов, сезонностью и другими причинами.

Необходимо определить такой запас $R_{пр}$ на будущий период работы, при котором бы выполнялось условие (2). Предлагаемый ниже способ определения складских запасов грузов в будущем основан на методах обработки статистических данных [2]. Здесь под статистическими данными понимаются случайные величины типичных для рассматриваемого периода работы объемов входящих и выходящих суммарных потоков грузов.

Пусть суточный входящий поток описывается распределением, представленным в виде ряда.

Таблица 1. Ряд распределения входящего потока грузов

$Q_{\Sigma вх1}$	$Q_{\Sigma вх2}$	...	$Q_{\Sigma вхi}$	$\cdots$	$Q_{\Sigma вхn}$
$p(Q_{\Sigma вх1})$	$p(Q_{\Sigma вх2})$	...	$p(Q_{\Sigma вхi})$	$\cdots$	$p(Q_{\Sigma вхn})$

Здесь $i = \overline{1, n}$ – индекс всех возможных вариантов входящего суммарного потока грузов в течение τ, выявленных за предыдущий период работы склада T (неделя, месяц, год), $p(Q_{\Sigma вхi})$ – вероятность появления i-го суточного входящего потока.

Аналогичное распределение может быть записано и для вариантов выходящего суммарного потока (табл. 2).

Таблица 2. Ряд распределения выходящего потока грузов

$Q_{\Sigma вых1}$	$Q_{\Sigma вых2}$	...	$Q_{\Sigma выхj}$	$\cdots$	$Q_{\Sigma выхm}$
$p(Q_{\Sigma вых1})$	$p(Q_{\Sigma вых2})$	...	$p(Q_{\Sigma выхj})$	$\cdots$	$p(Q_{\Sigma выхm})$

В этой таблице $j=\overline{1,m}$ – индекс всех возможных вариантов выходящего суммарного потока грузов в течение τ, выявленных за предыдущий период T, $p(Q_{\Sigma выхj})$ – вероятность появления j-го суточного входящего потока.

Из выражения (1) следует, что расчетные значения всех возможных вариантов запасов склада определяется прямым перебором всех $i\ (i=\overline{1,n})$ поставок и $j\ (j=\overline{1,m})$ выдач:

$$R_{ij}=R_c+Q_{вхi}-Q_{выхj}, \quad (3)$$

где R_c – страховой запас груза [3], равный

$$R_c=Q_{вх\max}-Q_{вых\min}, \quad (4)$$

$Q_{вх\max}$ и $Q_{вых\min}$ определяются из рядов распределения (табл. 1 и 2).

Тогда вероятность того, что имеет место запас R_{ij}, определяется вероятность того, что входящий поток равен случайной величине $Q_{\Sigma вхi}$, выходящий – величине $Q_{\Sigma выхj}$, находится на основании теоремы умножения вероятностей. Для общего случая, когда $Q_{\Sigma вхi}$ и $Q_{\Sigma выхj}$ независимы, искомая вероятность будет иметь вид:

$$p(R_{ij})=p(R_{вхi})\cdot p(R_{выхj});\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p(R_{ij})=1. \quad (5)$$

Таким образом, дискретная случайная величина R_{ij} распределена по закону (табл. 3).

Таблица 3. Распределение запасов грузов

R_{11}	$\cdots$	R_{1n}	R_{21}	$\cdots$	R_{2n}	$\cdots$	R_{m1}	$\cdots$	R_{mn}
$p(R_{11})$	$\cdots$	$p(R_{1n})$	$p(R_{21})$	$\cdots$	$p(R_{2n})$	$\cdots$	$p(R_{m1})$	$\cdots$	$p(R_{mn})$

Из полученного распределения строится таблица кумулятивных вероятностей, представляющих собой значения интегрального закона распределения всех вариантов запасов грузов (табл. 4)

Таблица 4. Кумулятивные вероятности запасов грузов

№ п/п	Объем запаса	Вероятность $p(R_{ij})$	Кумулятивная вероятность $F(R_{ij})$
1	$R_1=R_{\min}$	$p(R_{11})$	$F(R_1)=p(R_{11})$
2	R_2	$p(R_{12})$	$F(R_2)=F(R_1)+p(R_{12})$
. . .	. . .	. . .	. . .
$n-1$	R_{n-1}	$p(R_{1(n-1)})$	$F(R_{n-1})=F(R_{n-2})+p(R_{1(n-1)})$
n	R_n	$p(R_{1n})$	$F(R_n)=F(R_{n-1})+p(R_{1n})$
$n+1$	R_{n+1}	$p(R_{21})$	$F(R_{n+1})=F(R_n)+p(R_{1(n+2)})$
. . .	. . .	. . .	. . .
nm	$R_{nm}=R_{\max}$	$p(R_{nm})$	$F(R_{nm})=F(R_{nm-1})+p(R_{nm})$

Прогнозируемый складской запас $R_{пр}$ определяется по таблице 4 или графически, из функции $F(R)$, построенной на основании кумулятивных вероятностей. Практика инженерных расчетов рекомендует величину доверительной вероятности, равную $P_{д} = 0{,}93 \div 0{,}97$. На основании этой доверительной вероятности определяется и соответствующей ей $R_{пр}$.

Если на складе имеется несколько помещений $W_1 + W_2 + \cdots + W_k \le W$, предназначенных для хранения различных грузов, то приведенная последовательность операций применяется для каждого из них.

Методику проведения расчетов $R_{пр}$ можно рассмотреть на абстрактном примере. Пусть объем некоторого складского помещения предназначен для хранения 1250 единиц штучного груза. Необходимо определить прогноз запаса на будущий период работы T на основе статистики, полученной в предыдущий период работы. Статистические данные представлены в таблицах 5 и 6.

Таблица 5. Статистический ряд распределения входящего потока

$Q_{вх}$	480	490	520	580	640
$p(Q_{вх})$	0,15	0,2	0,35	02,	0,1

$\sum_{1}^{5} p(Q_{вх})$ =0,15+0,2+0,35+0,2+0,1=1.

Таблица 6. Статистический ряд распределения выходящего потока

$Q_{вых}$	520	550	570	590
$p(Q_{вых})$	0,1	0,2	0,4	0,3

$\sum_{1}^{4} p(Q_{вых})$ =0,1+0,2+0,4+0,3=1.

Страховой запас грузов определяется в соответствие с выражением (4) и по данным таблиц 5 и 6. Здесь $Q_{вх\max}$ = 640 единицам груза, а $Q_{вых\min}$ =520 единицам груза (ед. гр.). Тогда R_c = 640 – 520=120 (ед. гр.).

Тогда, применяя выражения (3) и (5) рассчитываются все возможные варианты запасов склада и вероятности появления таких запасов.

Таблица 7. Статистическая таблица распределения запасов грузов

$R_{11} = R_c + Q_{вх1} - Q_{вых1}$	120 + 480 – 520 = 80	$p(R_{11}) = p(Q_{вх1})p(Q_{вых1})$	0,15 x 0,1 = 0,015
$R_{12} = R_c + Q_{вх1} - Q_{вых2}$	120 + 480 – 550 = 50	$p(R_{12}) = p(Q_{вх1})p(Q_{вых2})$	0,15 x 0,2 = 0,03
$R_{13} = R_c + Q_{вх1} - Q_{вых3}$	120 + 480 – 570 = 30	$p(R_{13}) = p(Q_{вх1})p(Q_{вых3})$	0,15 x 0,4 = 0,06
$R_{14} = R_c + Q_{вх1} - Q_{вых4}$	120 + 480 – 590 = 10	$p(R_{14}) = p(Q_{вх1})p(Q_{вых4})$	0,15 x 0,3= 0,045
$R_{21} = R_c + Q_{вх2} - Q_{вых1}$	120 + 490 – 520 = 90	$p(R_{21}) = p(Q_{вх2})p(Q_{вых1})$	0,2 x 0,1 = 0,02
$R_{22} = R_c + Q_{вх2} - Q_{вых2}$	120 + 490 – 550 = 60	$p(R_{22}) = p(Q_{вх2})p(Q_{вых2})$	0,2 x 0,2 = 0,04
$R_{23} = R_c + Q_{вх2} - Q_{вых3}$	120 + 490 – 570 = 40	$p(R_{23}) = p(Q_{вх2})p(Q_{вых3})$	0,2 x 0,4 = 0,08
$R_{24} = R_c + Q_{вх2} - Q_{вых4}$	120 + 490 – 590 = 20	$p(R_{24}) = p(Q_{вх2})p(Q_{вых4})$	0,2 x 0,3= 0,06
$R_{31} = R_c + Q_{вх3} - Q_{вых1}$	120 + 520 – 520 = 120	$p(R_{31}) = p(Q_{вх3})p(Q_{вых1})$	0,35 x 0,1 = 0,035
$R_{32} = R_c + Q_{вх3} - Q_{вых2}$	120 + 520 – 550 = 90	$p(R_{32}) = p(Q_{вх3})p(Q_{вых2})$	0,35 x 0,2 = 0,07
$R_{33} = R_c + Q_{вх3} - Q_{вых3}$	120 + 520 – 570 = 70	$p(R_{33}) = p(Q_{вх3})p(Q_{вых3})$	0,35 x 0,4 = 0,14
$R_{34} = R_c + Q_{вх3} - Q_{вых4}$	120 + 520 – 590 = 50	$p(R_{34}) = p(Q_{вх3})p(Q_{вых4})$	0,35 x 0,3= 0,105
$R_{41} = R_c + Q_{вх4} - Q_{вых1}$	120 + 580 – 520 = 180	$p(R_{41}) = p(Q_{вх4})p(Q_{вых1})$	0,2 x 0,1 = 0,02

$R_{42} = R_c + Q_{вх4} - Q_{вых2}$	120 + 580 – 550 = 150	$p(R_{42}) = p(Q_{вх4})p(Q_{вых2})$	0,2 x 0,2 = 0,04
$R_{43} = R_c + Q_{вх4} - Q_{вых3}$	120 + 580 – 570 = 130	$p(R_{43}) = p(Q_{вх4})p(Q_{вых3})$	0,2 x 0,4 = 0,08
$R_{44} = R_c + Q_{вх4} - Q_{вых4}$	120 + 580 – 590 = 110	$p(R_{44}) = p(Q_{вх4})p(Q_{вых4})$	0,2 x 0,3= 0,06
$R_{51} = R_c + Q_{вх5} - Q_{вых1}$	120 + 610 – 520 = 210	$p(R_{51}) = p(Q_{вх5})p(Q_{вых1})$	0,1 x 0,1 = 0,01
$R_{52} = R_c + Q_{вх5} - Q_{вых2}$	120 + 610 – 550 = 180	$p(R_{52}) = p(Q_{вх5})p(Q_{вых2})$	0,1 x 0,2 = 0,02
$R_{53} = R_c + Q_{вх5} - Q_{вых3}$	120 + 610 – 570 = 160	$p(R_{53}) = p(Q_{вх5})p(Q_{вых3})$	0,1 x 0,4 = 0,04
$R_{54} = R_c + Q_{вх5} - Q_{вых4}$	120 + 610 – 590 = 140	$p(R_{54}) = p(Q_{вх5})p(Q_{вых4})$	0,1 x 0,3= 0,03

На основании таблицы 7 ранжируются запасы, и составляется таблица кумулятивных вероятностей.

Таблица 7. Таблица кумулятивных вероятностей

№ п/п (индекс запаса)	Объем запаса	Вероятность $p(R)$	Кумулятивная вероятность $F(R)$
1 (14)	10	0,045	0,045
2 (24)	20	0,06	0,105
3 (13)	30	0,06	0,165
4 (23)	40	0,08	0,245
5 (12), (34)	50, 50	0,03+0,105=0,135	0,38
6 (22)	60	0,04	0,42
7 (33)	70	0,14	0,56
8 (11)	80	0,015	0,575
9 (21), (32)	90, 90	0,02+0,07=0,09	0,665
10 (44)	110	0,06	0,725
11 (31)	120	0,035	0,76
12 (43)	130	0,06	0,84
13 (54)	140	0,03	0,87
14 (42)	150	0,04	0,91
15 (53)	160	0,04	0,95
16 (41), (52)	180, 180	0,02+0,02=0,04	0,99
17 (51)	210	0,01	1,0

Далее, по табл. 7, в столбце кумулятивных вероятностей находится рекомендуемый диапазон: $P_д = 0{,}93 \div 0{,}97$. Этому диапазону соответствует только пятнадцатая строка таблицы с $P_д = 0{,}95$ и прогнозируемым запасом $R_{пр} = 160$ ед. гр. Найденная величина прогнозного запаса является основанием для планирования работы склада, определения необходимого количества заявок на ввоз грузов и возможного количества заявок на получение грузов.

Полученный результат представляет собой случай, когда рекомендуемому диапазону доверительных вероятностей соответствует только одно значение. Обычно, в кумулятивном ряде присутствуют вероятности, близкие к границам диапазона, а выбранной доверительной вероятности нет вообще. В этом случае можно найти $R_{пр}$ графически, по интегральной функции распределения и аналитически. Графический метод интуитивно понятен.

Этот метод заключается в следующем. Пусть, например, диапазон доверительных вероятностей будет равен следующему интервалу: $P_д = 0{,}95 \div 0{,}99$, а выбранная доверительная вероятность равна $P_д = 0{,}97$. Необходимо найти запас $R_{пр}$, соответствующий выбранной доверительной вероятности. Данные для решения берутся из табл. 7. Для решения удобно обозначить границы доверительного интервала раздельно: $P_{д1} = 0{,}95$ и $P_{д2} = 0{,}99$. По таблице определяются значения запасов, соответствующие этим границам:

$R(P_{д1}) = P(R_{53}) = 160$, $R(P_{д2}) = P(R_{41 или 53}) = 180$. Так как $P_{д1} > P_{д} \geq P_{д2}$, то и $R(P_{д1}) < R_{пр} \leq R(P_{д2})$. Эта ситуация отражена на рисунке 2.

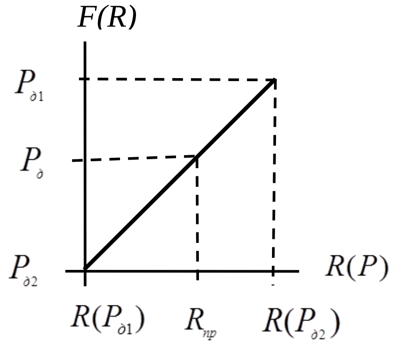


Рис.2. Соответствие значений запасов и доверительной вероятности

Из подобия большого и малого треугольников с основаниями [$R(P_{д1})R_{пр}$] и [$R(P_{д1})\,R(P_{д2})$] соответственно следует пропорция:

$$\frac{R_{пр} - R(P_{д1})}{R(P_{д2}) - R(P_{д1})} = \frac{P_{д} - P_{д1}}{P_{д2} - P_{д1}}.$$

В этом выражении все составляющие определены, кроме величины $R_{пр}$. Из пропорции следует:

$$R_{пр} = \frac{P_{д} - P_{д1}}{P_{д2} - P_{д1}} - \left[R(P_{д2}) - R(P_{д1})\right] + R(P_{д1})$$

или, при подстановке исходных данных, получится

$$R_{пр} = \frac{0{,}97 - 0{,}95}{0{,}99 - 0{,}95} - \left[180 - 160\right] + 160 = 170 \text{ ед.гр.}$$

Предлагаемая методика может быть использована в информационных системах складов для расчета складских запасов всякий раз при переходе в очередной период работы T или при изменении типовых входящих и выходящих суммарных потоков грузов.

БИБЛИРГАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бабина О.И. Имитационная модель склада промышленного предприятия по производству бетона // Бизнес-информатика. 2015. №1. С. 41-49
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 10-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2006, 575 с.
3. Лубенцова В.С. Математические модели и методы в логистике: Учебное пособие. Самара: Самар. гос. техн. у-нт, 2008, 157 с.
4. Максимовский А.С. Моделирование технологических процессов на складе [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.logistical.ru/docs/LogisticsHelp/warehouse_model.html.
5. Терпугов А.С., Щирова Н.П. Математическая модель деятельности склада [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-deyatelnosti-sklada.

REFERENCES

1. O. I. Simulation model of a warehouse of an industrial enterprise for the production of concrete. Business Informatics. 2015. No. 1. P. 41-49
2. Ventzel E. S. probability Theory. 10th ed., erased. M.: Higher school, 2006, 575 p.
3. Lubentsova V. S. Mathematical models and methods in logistics: textbook. Samara: Samar. state tech. u-NT, 2008, 157 p.

4. Maksimovskiy A. S. Modeling of technological processes at the warehouse [Electronic resource] – Mode of access: http://www.logistical.ru/ docs/LogisticsHelp/warehouse_model.html.

5. Terpugov A. S., Schirova N. P. A mathematical model of activity in the warehouse [Electronic resource] – Mode of access: https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-model-deyatelnosti-sklada.

Информация об авторах

Ермаков Анатолий Анатольевич – к.т.н., доцент, профессор кафедры «Информационные системы и защита информации», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: ermak@irgups.ru

Воронков Дмитрий Олегович – магистрант кафедры «Информационные системы и защита информации», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: iverso@inbox.ru

Authors

Anatoly Anatolyevich Ermakov – candidate of technical Sciences, associate Professor, Professor of the Department "Information systems and protection of information", Irkutsk state transport University, Irkutsk, e-mail: ermak@irgups.ru

Dmitry Olegovich Voronkov – master's degree student of the Department "Information systems and information protection", Irkutsk state University of Railways, Irkutsk, e-mail: iverso@inbox.ru`

Для цитирования

Ермаков А.А. Один из статистических подходов к моделированию работы склада / А.А. Ермаков, Д.О. Воронков // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2018. – №1. – С. 1-7 – Режим доступа: http://ismm-irgups.ru/toma/11-2018, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 01.10.2018)

For citation

Ermakov A.A., Voronkov D.O. Odin iz statisticheskih podhodov k modelirovaniju raboty sklada [One of the statistical approaches to warehouse modeling]. *Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal* [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2018. No. 1. P. 1-7. [Accessed 01/10/18]