УДК: 629.053

***Круглов С.П.* [1], *Исупов С.А.* [1], *Дьяконов К. И.* [2], *Хазиев Р.Г.* [1]**

[1] *Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*
[2] *«Студия 3D печати , г. Иркутск, Российская Федерация*

ДИНАМИЧЕСКИЙ ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ ДВУХКОЛЕСНЫМ СКУТЕРОМ «АВТОКАТ»

Аннотация. Рассматривается двухколесный одноколейный балансирующий скутер, который был назван «автокатом», его принцип построения и преимущества в сравнении с подобными индивидуальными средствами передвижения. Рассматривается линеаризованная математическая модель движения «автоката» по угловым отклонениям и боковому ускорению. На основе ее из полных уравнений движения выводится новый – динамический закон управления рулевым колесом двухколесного скутера «Автокат» (вместо прежнего, основанного только на установившемся развороте), обеспечивающий балансировку. В силу присущей на практике ситуации неточности знания параметров системы «скутер-наездник» в текущий момент времени, этот закон дополнен ПИ-регулятором по устранению бокового ускорения. Такой комбинированный закон управления позволяет управлять поворотами скутера путем перемещения наездника в стороны. При этом система «наездник-скутер» после короткого переходного процесса находится в сбалансированном состоянии – выполняются координированные повороты с отсутствием бокового ускорения. Компьютерным моделированием при разных исходных ситуациях это подтверждается, указывая на эффективность нового закона управления.

Ключевые слова: двухколесный одноколейный балансирующий скутер, индивидуальное транспортное средство, математическая модель, система управления, ПИ-регулятор, закон управления

***Kruglov S.P.* [1], *Isupov S.A.* [1], *D`yakonov K. I.* [2], *Xaziev R.G.* [1]**

[1] *Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation*
[2] *"Print 3D Studio", Irkutsk, Russian Federation*

DYNAMIC CONTROL LAW FOR TWO-WHEELED SCOOTER «AUTOCAT»

Abstract. A two-wheeled single-track balancing scooter, which was called an "autocat," its principle of construction and advantages in comparison with such individual vehicles, is considered. A linearized mathematical model of autocat motion by angular deviations and lateral acceleration is considered. Based on it, a new - dynamic steering law of the two-wheeled scooter "Autocat" (instead of the previous one, based only on a steady turn) is derived from the complete equations of motion, which provides balancing. Due to the inherent in practice situation of inaccuracy of knowledge of the parameters of the scooter-rider system at the current moment, this law is supplemented by a PI regulator to eliminate lateral acceleration. Such a combined control law allows you to control the turns of the scooter by moving the rider to the sides. At the same time, the "rider-scooter" system after a short transition process is in a balanced state - coordinated turns are performed with no lateral acceleration. Computer modeling in different initial situations confirms this, indicating the effectiveness of the new management law.

Keywords: two-wheeled single-wheeled balancing scooter, individual vehicle, mathematical model, control system, PI regulator, control law

Введение

В работах [1,2] предложен двухколесный одноколейный балансирующий скутер, который назван «автокат». Он представлен на рис.1. Автокат предназначен для использования в качестве индивидуального транспортного средства и характеризуется повышенным удобством использования за счет его малых габаритов и веса, а также отсутствия необходимости специального обучения правилам пользования этим средством.

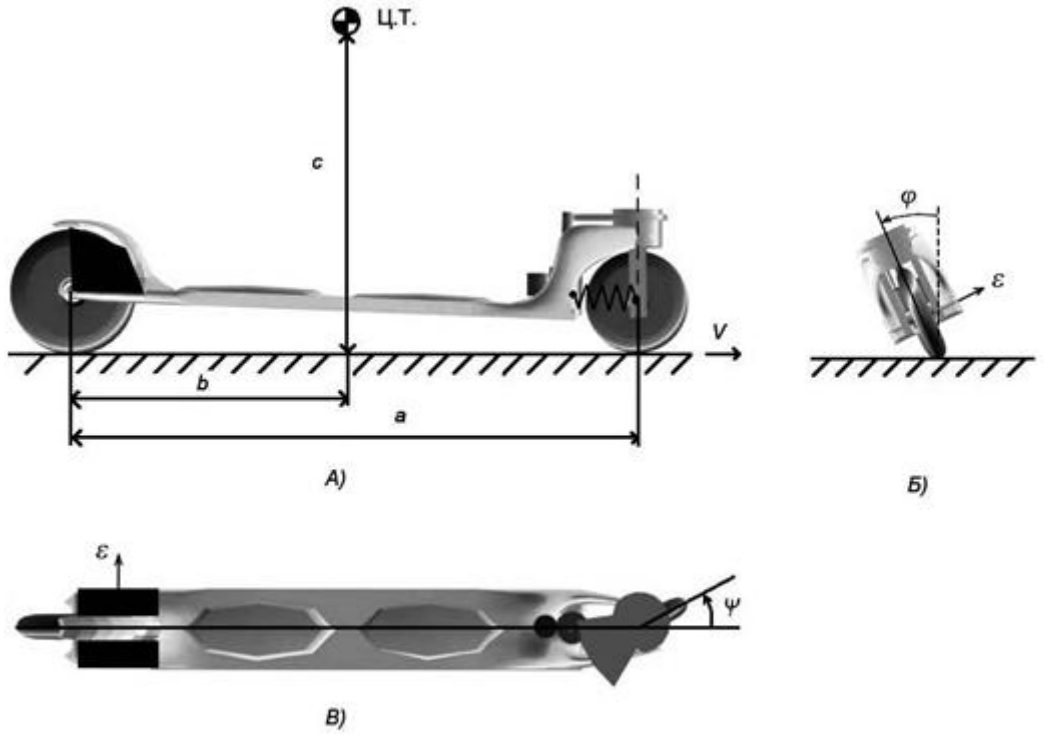

Рис.1. Двухколесный скутер «автокат», вид с разных сторон

На рис.1 представлены основные кинематические параметры объекта управления «автокат-наездник»: А) вид сбоку, Б) вид спереди, В) вид сверху. На ней приняты следующие обозначения:

Ц.Т. – центр тяжести системы «автокат-наездник»;

φ – угол крена – угол отклонения плоскости симметрии автоката от вертикальной плоскости, проходящей вдоль траектории движения;

ψ – угол поворота рулевого колеса, измеряемый в плоскости горизонта;

V – скорость движения;

ε − боковое ускорение, ускорение в плоскости платформы транспортного средства и перпендикулярное направлению движения;

a – колесная база – расстояние между центрами осей заднего и переднего колеса;

b, c – координаты центра тяжести системы «автокат-наездник» в плоскости симметрии автоката относительно точки опоры заднего колеса.

Автокат содержит опорную платформу-доску, переднее и заднее колесо, прикрепленные к платформе. Переднее колесо – рулевое, определяющее направление движения при повороте его вокруг поворотной оси, которая является подпружиненной с нейтральным положением, соответствующем нулевому углу поворота. Приводным колесом, создающим скорость движения, может быть либо переднее, либо заднее колесо. Система управления, основанная на датчиках: крена, угловых скоростей, бокового ускорения, положения центра тяжести по продольной оси и скорости движения, через управляющий микроконтроллер обеспечивает балансирование наездника при поездке и возможность управления направлением движения и скоростью соответствующим наклоном тела. Управление обеспечивается изменением угла поворота рулевого колеса, подводимой мощностью к приводному двигателю и тормозом. Применяются электрические двигатели, запитанные от аккумуляторной батареи.

Особенностью данного скутера в сравнении с сегвеем, гироскутером, электросамокатом [2] является то, что он малогабаритен, устойчив на больших скоростях, более легок в обучении пользования им и более безопасен в эксплуатации.

В работах [1,2] описана математическая модель автоката и закон управления им. Закон управления построен на основе двух контуров, первый из которых был получен из статических зависимостей математической модели в установившемся развороте. Второй контур построен на ПИ-регуляторе, настроенном на устранение бокового ускорения.

Недостатком первого (основного) контура закона управления является то, что он рассчитан на условия установившегося разворота, поэтому при испытаниях автоката отмечалась неустойчивая его работа на переходных режимах.

Данная работа нацелена на совершенствование закона управления автокатом, путем модернизации первого контура управления, который выводится из динамических соотношений движения автоката.

Математическая модель автоката

Линеаризованная модель двухколесного транспортного средства, типа велосипеда, может быть описана следующей системой уравнений в малых отклонениях от опорного движения [3]:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}(t) = \dfrac{g}{c}\varphi(t) + \dfrac{bV}{ac}\dot{\psi}(t) + \dfrac{V(t)^2}{ac}\psi(t) + \vartheta(t); \\ \dfrac{\varepsilon(t)}{\cos\varphi(t)} = g\ \mathrm{tg}\varphi(t) + \dfrac{V(t)^2}{a}\mathrm{tg}\psi(t), \end{cases} \tag{1}$$

где t − текущее время; g − ускорение свободного падения; $\vartheta(t) = M_{\text{вн}}(t)/I$ − возмущающее ускорение; $M_{\text{вн}}(t)$ − внешний возмущающий момент, появляющийся из-за выхода центра тяжести системы «автокат-наездник» из плоскости симметрии транспортного средства, в автокате используется как управляющее воздействие, формируемое отклонением тела наездника; I − продольный момент инерции системы «скутер-наездник» относительно точки опоры; начальные значения переменных, влияющие на динамику угла крена, здесь приняты нулевыми; также принимается, что поворотная ось рулевого колеса проходит через центр переднего колеса, а также масса колес пренебрежительно мала по сравнению с остальной частью системы «автокат-наездник»; второе уравнение в системе (1) сформировано из разницы проекции силы тяжести и центробежного ускорения при повороте скутера с радиусом $a/\mathrm{tg}\psi(t)$ − следует из простейшей кинематической схемы поворота транспортного средства с управляемым передним колесом.

Синтез закона управления

1). Статический подход [1]. Из первого равенства (1) при отсутствии внешнего возмущения несложно определить установившиеся значения углов крена и поворота рулевого колеса, соответствующие координированному повороту при $\ddot{\varphi}(t) \equiv 0, \dot{\psi}(t) \equiv 0, V = \mathrm{const}$:

$$\psi_{\text{разв}} = -\frac{ag}{V^2}\varphi_{\text{разв}}, \tag{2}$$

где $\psi_{\text{разв}}, \varphi_{\text{разв}}$ − постоянные значения угла поворота рулевого колеса и крена, обеспечивающие координированный разворот.

Несложно определить, что при малом угле $\varphi_{\text{разв}}$ подстановка (2) во второе равенство (1) обеспечивает $\varepsilon \equiv 0$, что подтверждает координированный поворот в указанных условиях.

2). Динамический подход, соответствующий полному уравнению движения.

Зададим эталонное движение автоката в виде эталонной модели для случая $M_{\text{вн}} \equiv 0$:

$$\ddot{\varphi}_{\text{м}}(t) + T_{\text{м}}^{-1}\dot{\varphi}_{\text{м}}(t) = 0, \qquad \dot{\varphi}_{\text{м}}(t_0) = \dot{\varphi}(t_0), \tag{3}$$

где $\dot{\varphi}_{\text{м}}$ задает качество сигналу $\dot{\varphi}$, t_0 − начальный момент времени, $T_{\text{м}} > 0$ − назначаемая постоянная времени модели.

Уравнение (3) задает плавное уменьшение угловой скорости автоката по апериодическому закону [4].

В равенстве (2), считая $\ddot{\varphi}_{\text{м}} \equiv \ddot{\varphi}$ и $\dot{\varphi}_{\text{м}} \equiv \dot{\varphi}$ приравняем сигнал $\ddot{\varphi}$ по выражениям (1) и (3), получим

$$\frac{g}{c}\varphi(t) + \frac{bV}{ac}\dot{\psi}(t) + \frac{V(t)^2}{ac}\psi(t) = -T_{\text{м}}^{-1}\dot{\varphi}(t).$$

Выполняя преобразование полученного найдем искомый закон отклонения руля по первому контуру управления, $\psi_1(t)$:

$$\frac{b}{V(t)}\dot{\psi}_1(t) + \psi_1(t) = -\left(\frac{ag}{V(t)^2}\varphi(t) + \frac{ac}{T_{\text{м}}V(t)^2}\dot{\varphi}(t)\right). \tag{4}$$

Несложно видеть, что для формирования $\psi_1(t)$ достаточно пропускать сигнал, описанный правой частью (4) через апериодическое звено с единичным коэффициентом усиления и изменяющейся с темпом изменения скорости автоката постоянной времени звена $(b/V(t))$ [4]. Также легко определяется, что в условиях установившегося разворота, законы управления (2) и (4) идентичны.

Поскольку закон управления (4) выведен из общего уравнения динамики автоката, то он справедлив для любого момента времени и обеспечивает (при точности измерения переменных и задания параметров) соответствие поведения автоката назначенной эталонной модели, т.е. при отсутствии внешнего момента будет стабилизировать угол крена. При этом кратковременным изменением $M_{\text{вн}}(t) \neq 0$ можно изменять значение последнего.

Поскольку на практике параметры модели (1) не всегда точно известны, и переменные измеряются с ошибками, то как и предложено в работах [1,2], здесь также целесообразно дополнить закон управления рулевым колесом по (4) ПИ-регулятором, настроенным на обеспечение $\varepsilon(t) \cong 0$, т.е. общий закон управления строить по зависимости:

$$\psi(t) = \psi_1(t) - k_{\text{п}}\varepsilon(t) - k_{\text{и}}\int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau, \tag{5}$$

где $k_{\text{п}}, k_{\text{и}}$ − настраиваемые коэффициенты ПИ-регулятора в пропорциональной и интегральной его частях соответственно. Предполагается реализация в этом ПИ-регуляторе известные методы борьбы с интегральным насыщением и использование низкочастотной фильтрации в дифференциальной ветви [5].

Для реализации закона управления рулевым колесом автоката (4), (5) требуется измерение текущего значения угла крена и его скорости, бокового ускорения и скорости движения. Их несложно получать, используя современные недорогие микродатчики, имеющиеся на рынке электронной продукции.

Модельный пример

Имитационная модель автоката с наездником (1) и его закона управления (4), (5) была реализована в программной среде Matlab (см. рис.2). В ней дополнительно реализована модель привода рулевого колеса в виде апериодического звена с постоянной времени 0,1с.

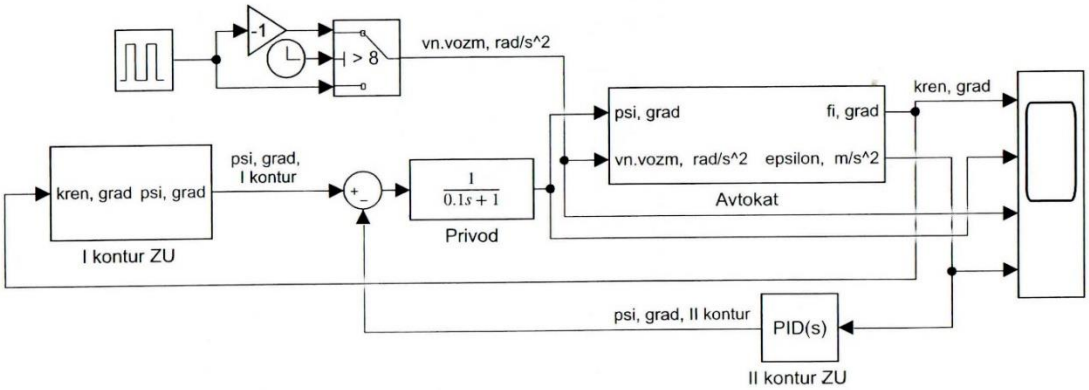

Рис. 2. Имитационная модель системы «автокат-наездник»

Параметры модели (2): $a = 0{,}97$м, $b = 0{,}48$м, $c = 1$м. Постоянная времени модели по (3) $T_м = 0{,}1$с. Параметры ПИ-регулятора: $k_п = 130$ с^{2}град/м, $k_и = 75$ с град/м. Скорость движения постоянная 2 м/с. Было проведено 3 исследования с разными исходными установками.

На рис. 3 представлено поведение исследуемой системы при начальном угле крена 3 градуса и наличии управляющих воздействий со стороны наездника (указаны на соответствующем графике). Здесь все параметры модели (1) считаются известными и учтенными в законе управления (первое исследование).

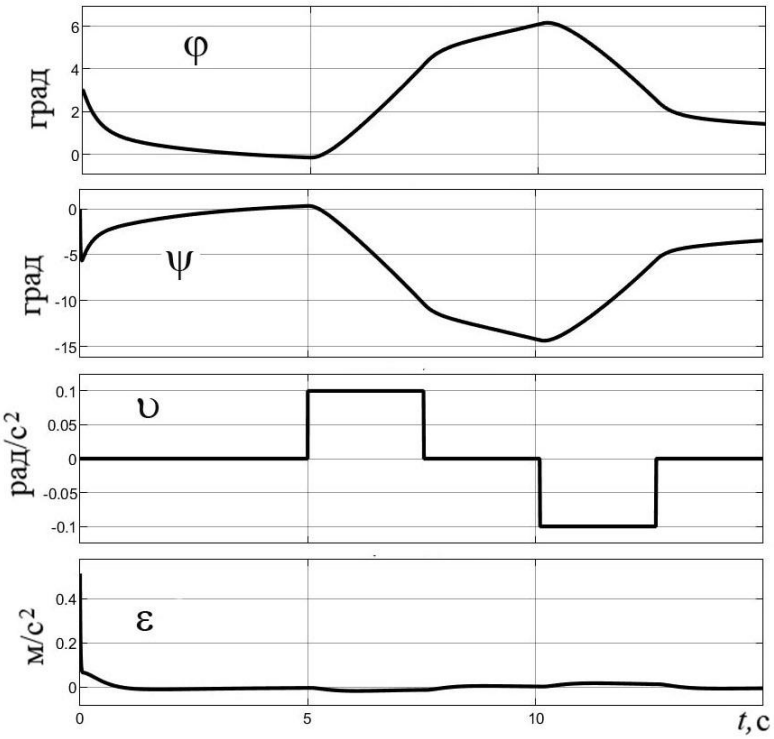

Рис.3. Результаты первого исследования

Из графиков видно, что боковое ускорение (ε) стремится к нулю и находится в этой области даже при управляющих воздействиях, что говорит о координированном движении. Угол крена и положение рулевого колеса показывают устойчивое поведение и изменяются в соответствии с управляющими воздействиями.

На рис.4 – поведение скутера при начальном угле крена -3 градуса, считаем, что в законе управления параметр *c* занижен в 2 раза по сравнению с истинным значением (второе исследование). Все остальные условия те же. Также наблюдается устойчивое движение скутера.

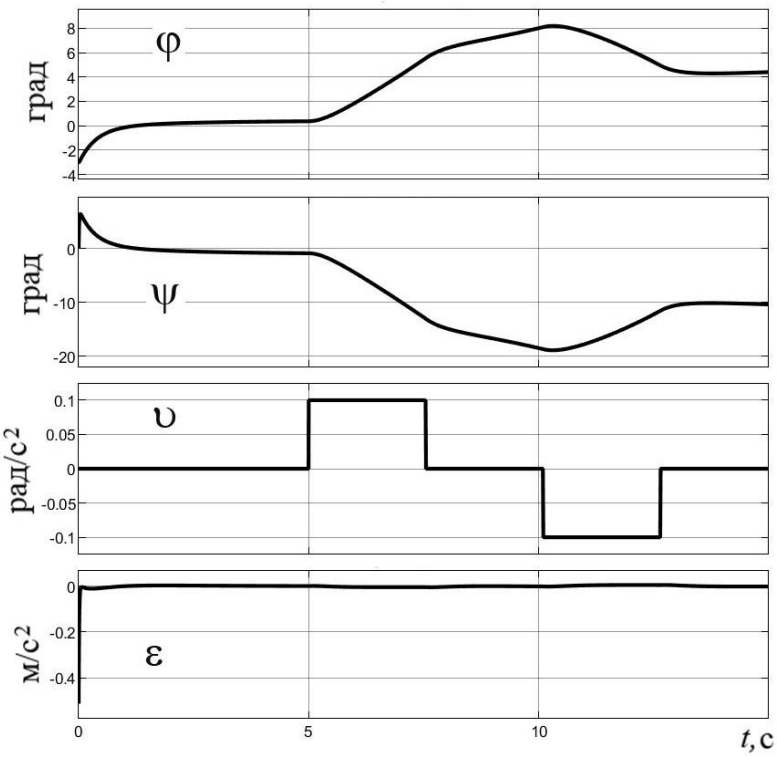

Рис.4. Результаты второго исследования

На рис.5 представлено поведение скутера, когда в отличии от предыдущего случая дополнительно имеется ошибка в измерении скорости – в законе управления скорость на 20% ниже, чем истинное ее значение (третье исследование). Результат аналогичен предыдущим случаям.

Подобные результаты получены и при других условиях исследования системы «наездник-скутер».

Заключение

Управление рулевым колесом двухколесного одноколейного скутера автокат, построенное на основе сформулированного динамического закона управления совместно с ПИ-регулятором обеспечивает балансировку, координированное и устойчивое поведение всей системы «скутер-наездник» в широком диапазоне исходных условий. Подобное свойство обеспечивается и при достаточно больших ошибках параметров системы, заложенных в законе управления. Предполагается, что разработанный закон управления будет реализован и испытан на реальном скутере.

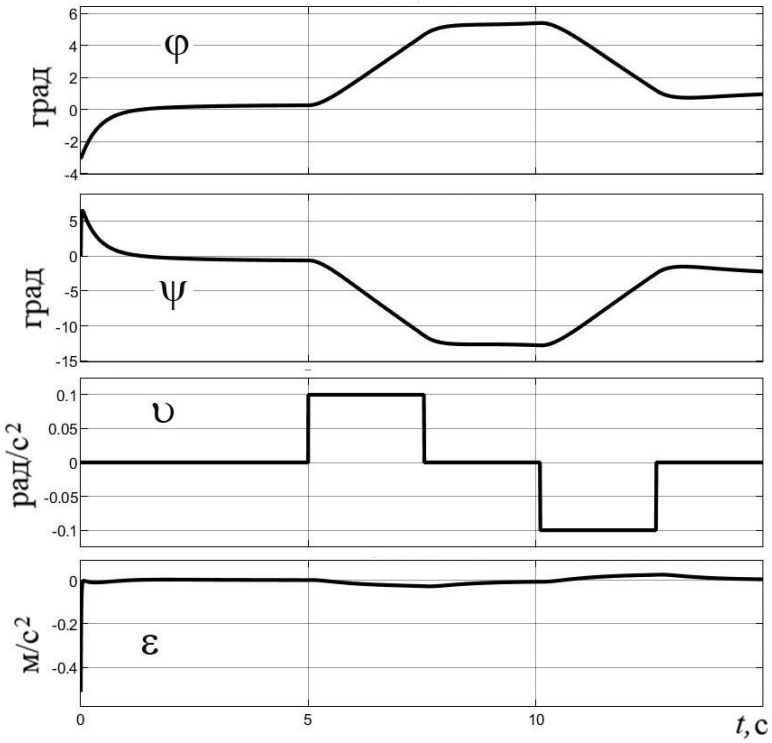

Рис.5. Результаты третьего исследования

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Исупов С.А., Дьяконов К.И., Круглов С.П., Ковыршин С.В. Индивидуальное транспортное средство «Автокат» // Наука и молодежь. Сборник трудов IV Всероссийской НПК студентов, аспирантов и молодых ученых, Иркутск, ИрГУПС, апрель-май 2018 г., С. 104-109. Электронный ресурс: https://www.irgups.ru/sites/default/files/irgups/doc/nauka/nauka_i_molodeg/sbornik_materialov_2018_1.pdf.

2. Патент на изобретение RU 2702365 C1 B62K 3/00, B62M 6/00. Одноколейный двухколесный автоматизированный скутер и способ его использования// Круглов С.П., Ковыршин С.В., Исупов С.А., Дьяконов К.И., заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образование Иркутский государственный университет путей сообщения (ФГБОУ ВО ИрГУПС) (RU) – 2018115405 от 24.04.2018, опубликовано 08.10.2019, Бюл.28.

3. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Динамика неголономных систем – М.: Наука, Гл.ред.физ.-мат.лит., 1967.

4. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. – СПб: Лань, 2015. – 624с.

5. Денисенко В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием. – М.: Горячая линия-Телеком, 2009.

REFERENCES

1. Isupov S. A., Diakonov K. I., Kruglov S. P., Kovyrshin S. *V. Individual'noe transportnoe sredstvo «Avtokat»* [Individual vehicle "Avtokat"] // *Nauka i molodezh* [Science and youth] Collection of Proceedings of the IV All-Russian Scientific and Technical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists, Irkutsk, IRGUPS, April-May 2018, pp. 104-109. Electronic resource: https://www.irgups.ru/sites/default/files/irgups/doc/nauka/nauka_i_molodeg/sbornik_materialov_2018_1.pdf.

2. Patent for the invention RU 2702365 C1 B62K 3/00, B62M 6/00. *Odnokolejnyj dvuhkolesnyj avtomatizirovannyj skuter i sposob ego ispol'zovaniya* [Automated single-track two-

wheeled scooter and how to use it]. Kruglov, S.P., Kovyrshin S.V., Isupov, S.A., Dyakonov K.I., published 08.10.2019, bull.28.

3. Neimark, Y. I., Fufayev N. And. [Dynamics of nonholonomic systems], Moscow, Nauka, 1967.

4. Pervozvansky A.A. *Kurs teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Course of the theory of automatic control], St. Petersburg, Lan, 2015, 624p.

5. Denisenko V.V. *Komp'yuternoe upravlenie tekhnologicheskim processom, eksperimentom, oborudovaniem* [Computer control of technological process, experiment, equipment], Moscow, Hotline-Telecom, 2009.

Информация об авторах

Круглов Сергей Петрович – д.т.н., профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: kruglov_sp@irgups.ru

Исупов Станислав Андреевич − аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Иркутский Государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: vclvloo@gmail.com

Дьяканов Кирилл Игоревич – инженер «Студия 3D печати», г. Иркутск, e-mail: vclvloo@gmail.com

Хазиев Роман Геннадьевич – студент направления подготовки «Мехатроника и робототехника», Иркутский Государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: romochka.khaziev@bk.ru

Authors

Sergey Petrovich Kruglov – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of “Automation of production processes”, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: kruglov_sp@irgups.ru

Isupov Stanislav Andreevich − graduate student of the Department of “Automation of production processes”, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: vclvloo@gmail.com

D'yakanov Kirill Igorevich – engineer "3D Printing Studio", Irkutsk, e-mail: vclvloo@gmail.com

Haziev Roman Gennad'evich -- student of the field of training "Mechatronics and Robotics», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: romochka.khaziev@bk.ru

Для цитирования

Круглов С.П. Динамический закон управления двухколесным скутером «Автокат» / С.П. Круглов, С.А Исупов, В. К.И. Дьяконов Р.Г. Хазиев // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2021. – №3(11). – С. 17-24 – DOI: 10.26731/2658-3704.2021.3(11).17-24 – Режим доступа: http://ismm-irgups.ru/toma/412-2021, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 01.09.2021)

For citation

Kruglov S.P. Dynamic control law of the two-wheeled scooter "Autokat" / S.P. Kruglov, S. A. Isupov, V. K. I. Dyakonov R.G. Khaziev // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2021. No. 3(11). P. 17-24. DOI: 10.26731/2658-3704.2021.3(11).17-24. [Accessed 01/09/21]