

В.Ф. Диль¹, А.В. Данеев², В.Н. Сизых²

¹Иркутский филиал Московского государственного технического университета гражданской авиации,

²Иркутский государственный университет путей сообщения

К ВОПРОСУ О СПИРАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ СВОЙСТВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУШНОГО СУДНА

Аннотация. В статье рассматривается методика синтеза алгоритмов нелинейных систем управления вращательным движением воздушного судна методом ОЗД, по старшим производным угловых скоростей, выполнен анализ свойств собственного вращательного движения ВС описываемого динамическими уравнениями Эйлера, определены условия устойчивости спирального движения.

Ключевые слова: синтез алгоритмов нелинейных систем управления, воздушное судно, условия устойчивости, вращательное движение, динамические уравнения Эйлера.

V. F. Dil¹, A. V. Daneev², V. N. Sizykh²

¹Irkutsk branch of the Moscow State Technical University of Civil Aviation,

²Irkutsk State Transport University

TO THE QUESTION ABOUT THE SPIRAL OF SUSTAINABILITY BASED ON THE ANALYSIS OF PRIVATE PROPERTIES THE ROTATIONAL MOTION OF THE AIRCRAFT

Abstract. The article deals with the method of synthesis of algorithms of nonlinear control systems of rotational motion of the aircraft by OZD, the senior derivatives of angular velocities, the analysis of the properties of its own rotational motion described by the dynamic equations of Euler, the conditions of stability of the spiral motion.

Keywords: synthesis of algorithms of nonlinear control systems, aircraft, stability conditions, rotational motion, dynamic Euler equations.

Одним из основных методов синтеза систем управления как линейными, так и нелинейными мехатронными системами является метод, основанный на концепции обратных задач динамики (ОЗД), широко известный в России и за рубежом.

Сущность обратных задач динамики сводится к нахождению управляющих сил и моментов, под действием которых объект будет двигаться по назначенной траектории [1]. При этом синтезированные законы управления являются оптимальными в смысле реализации назначенной траектории движения объекта, определяемой по степеням свободы правыми частями эталонных моделей ВС. Синтез законов управления САУ методом ОЗД опирается на результаты аэродинамических продувок для получения силовых и моментных характеристик модели ВС по режимам полета. В силу этого, САУ полетом можно считать адаптивной к изменяемым свойствам ВС. Поэтому можно утверждать о перспективности такого подхода для синтеза алгоритмов управления ВС нового поколения на основе уравнений нелинейной динамики. Основная задача, которую здесь в будущем предстоит решить – это набор статистических данных по изменению силовых и моментных характеристик и их графическая или аналитическая аппроксимация на различных режимах полета ВС.

Для выполнения синтеза нелинейной САУ применяется математическая модель (ММ) пространственного движения ВС как абсолютно твердого тела [2, 3]. ММ ВС включает динамические уравнения поступательного и вращательного движений ВС в связанной СК, кинематические соотношения между параметрами поступательного и вращательного движений, уравнения связей между параметрами ВС, аэродинамические силы и моменты, выраженные через безразмерные аэродинамические коэффициенты [2,3]. Уравнения Эйлера для вращательного движения имеют вид

$$\begin{bmatrix} I_1 \dot{\omega}_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 \\ (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 \\ (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1(\omega) + M_1 \\ m_2(\omega) + M_2 \\ m_3(\omega) + M_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $m_1(\omega) = 0$, $m_2(\omega) = -c_2 \omega_2 - K_{\text{дв}} \omega_3$, $m_3(\omega) = -c_3 \omega_3 + K_{\text{дв}} \omega_2$, M_s — управляющие моменты; $m_s(\omega)$ — суммарные моменты, характеризующие изменение кинетической энергии вращающихся частей авиадвигателя и влияние диссипативных сил, $s=1..3$ [4, 5].

Сформулируем задачу синтеза управлений на примере стабилизации (гашения) угловых скоростей на интервале времени $[t_0, t_k]$, полагая $t_0=0$, момент времени t_k нефиксированной величиной [1].

Пусть в текущий момент времени $t = t_0 = 0$ состояние управляемого объекта характеризуется значениями угловых скоростей $\omega_s(0) = \omega_s^0$, и требуется найти такие управляющие воздействия δ_i ($i=\varepsilon, \eta, \psi$), при которых система (1) переходит из состояния $\omega_s^*(0)$ в новое состояние ω_s^0 (в общем случае $\omega_s^0 = \omega_s^0(t)$ определяет необходимую фигуру вращения) и находится в этом состоянии бесконечно долго. При этом необходимо, чтобы траектория управляемого движения по каждой степени свободы с требуемой точностью следовала за траекторией, определяемой эталонной моделью

$$\ddot{\omega}_s^* + \gamma_{s_1} \dot{\omega}_s^* + \gamma_{s_0} \omega_s^* = \gamma_{s_0} \omega_s^0, s=1,2,3 \quad (2)$$

где $\gamma_{s_0}, \gamma_{s_1} > 0$, установившееся движение устойчиво: $\omega_s^*(t) \rightarrow \omega_s^0$ при $t \rightarrow \infty$.

Методика синтеза законов управления ВС на основе спирального прогнозирования и метода ОЗД изложена в статье [4]. В работе на основе уравнений, известных из курса аналитической механики, получено аналитическое решение уравнений Пуассона для траекторного контура управления ВС в предположении постоянства пространственной частоты вращения на малых интервалах оптимизации. Однако условия, при которых обеспечивается постоянство пространственной частоты на всем интервале оптимизации и условия спиральной устойчивости на этом интервале, до сих пор не были изучены и научно обоснованы.

Алгоритм управления по старшим производным был реализован на основе минимизации локального функционала энергии по первым производным от ускорений [1] и приведен в работе [7].

В статье ставится задача – на основе алгоритма управления по старшим производным получить условия спиральной устойчивости вращательного движения ВС на всем интервале оптимизации траекторного контура управления.

Для представления динамических уравнения Эйлера в форме, аналогичной виду эталонной модели, необходимо продифференцировать векторное уравнение (1) по времени

$$\begin{bmatrix} I_1 \ddot{\omega}_1 \\ I_2 \ddot{\omega}_2 \\ I_3 \ddot{\omega}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_3 - I_2)(\dot{\omega}_2 \omega_3 + \omega_2 \dot{\omega}_3) \\ (I_1 - I_3)(\dot{\omega}_1 \omega_3 + \omega_1 \dot{\omega}_3) \\ (I_2 - I_1)(\dot{\omega}_1 \omega_2 + \omega_1 \dot{\omega}_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_1(\omega) + \dot{M}_1 \\ \dot{m}_2(\omega) + \dot{M}_2 \\ \dot{m}_3(\omega) + \dot{M}_3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\dot{m}_1(\omega) = 0$, $\dot{m}_2(\omega) = -K_{\text{дв}} \dot{\omega}_3 - c_2 \dot{\omega}_2$, $\dot{m}_3(\omega) = K_{\text{дв}} \dot{\omega}_2 - c_3 \dot{\omega}_3$,

Подставив угловые скорости из (1), получим

(4)

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_2 \omega_3 + \omega_2 \dot{\omega}_3 &= \left[\frac{m_2(\omega) + M_2}{I_2} \overline{\omega}_3 + \frac{m_3(\omega) + M_3}{I_3} \overline{\omega}_2 \right] + \left[\frac{I_1 - I_2}{I_3} \omega_2^2 + \frac{I_3 - I_1}{I_2} \omega_3^2 \right] \omega_1, \\
\dot{\omega}_1 \omega_3 + \omega_1 \dot{\omega}_3 &= \left[\frac{m_1(\omega) + M_1}{I_1} \overline{\omega}_3 + \frac{m_3(\omega) + M_3}{I_3} \overline{\omega}_1 \right] + \left[\frac{I_1 - I_2}{I_3} \omega_1^2 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} \omega_3^2 \right] \omega_2, \\
\dot{\omega}_1 \omega_2 + \omega_1 \dot{\omega}_2 &= \left[\frac{m_1(\omega) + M_1}{I_1} \overline{\omega}_2 + \frac{m_2(\omega) + M_2}{I_2} \overline{\omega}_1 \right] + \left[\frac{I_3 - I_1}{I_2} \omega_1^2 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} \omega_2^2 \right] \omega_3.
\end{aligned}$$

Система уравнений (4) после ряда преобразований приводится к нормальной форме Коши

$$\ddot{\omega} = -C\dot{\omega} - A(\omega)\omega + u, \quad (5)$$

где $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — вектор угловых скоростей в связанной СК; $u = B\dot{M} + DM$ — вектор управляющих воздействий; $B = \text{diag}(I_1^{-1}, I_2^{-1}, I_3^{-1})$,

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} A(\omega_2, \omega_3) & \left(\frac{K_{\text{дв}}}{I_3} - \frac{c_2}{I_2}\right) \frac{I_3 - I_2}{I_1} & \left(-\frac{K_{\text{дв}}}{I_2} - \frac{c_3}{I_3}\right) \frac{I_3 - I_2}{I_1} \\ 0 & A(\omega_1, \omega_3) & -\frac{c_3}{I_3} \frac{I_1 - I_3}{I_2} \\ 0 & -\frac{c_2}{I_2} \frac{I_2 - I_1}{I_3} & A(\omega_1, \omega_2) \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2}{I_2} & \frac{K_{\text{дв}}}{I_2} \\ 0 & -\frac{K_{\text{дв}}}{I_3} & \frac{c_3}{I_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A_1(\omega_2, \omega_3) &= \frac{I_3 - I_2}{I_1} \left(\frac{I_1 - I_2}{I_3} \omega_2^2 + \frac{I_3 - I_1}{I_2} \omega_3^2 \right), \\
A_2(\omega_1, \omega_3) &= \frac{I_1 - I_3}{I_2} \left(\frac{I_1 - I_2}{I_3} \omega_1^2 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} \omega_3^2 + \frac{K_{\text{дв}}}{I_3} \right), \\
A_3(\omega_1, \omega_2) &= \frac{I_2 - I_1}{I_3} \left(\frac{I_3 - I_1}{I_2} \omega_1^2 + \frac{I_2 - I_3}{I_1} \omega_2^2 - \frac{K_{\text{дв}}}{I_2} \right).
\end{aligned}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & \frac{I_2 - I_3}{I_1 I_2} & \frac{I_2 - I_3}{I_1 I_3} \\ \frac{I_3 - I_1}{I_1 I_2} & 0 & \frac{I_3 - I_1}{I_2 I_3} \\ \frac{I_1 - I_2}{I_1 I_3} & \frac{I_1 - I_2}{I_2 I_3} & 0 \end{bmatrix}.$$

Если в уравнениях (3) - (5) ввести обозначения:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{I_1 - I_3}{I_2} \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_3}, \quad \frac{1}{b^2} = \frac{I_3 - I_2}{I_1} \cdot \frac{I_1 - I_2}{I_3}, \quad \frac{1}{c^2} = \frac{I_3 - I_2}{I_1} \cdot \frac{I_3 - I_1}{I_2},$$

и пренебречь моментами диссипативных сил ($C_i=0$) и кинетическим моментом инерции авиационного двигателя ($K_{дв}=0$), то при отсутствии момента внешних сил ($M=0$, $u=0$) собственные свойства вращательного движения ВС определяются системой уравнений

$$\begin{bmatrix} \ddot{\omega}_1 \\ \ddot{\omega}_2 \\ \ddot{\omega}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\frac{\omega_2^2}{b^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2})\omega_1 \\ (\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2})\omega_2 \\ (\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2})\omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Уравнения (6) определяют спиральное движение ВС вокруг осей X, Y, Z связанной системы координат. Спиральное движение будет устойчивым, если выполняются условия положительности коэффициентов $\frac{\omega_2^2}{b^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} > 0$, $\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} > 0$, $\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} > 0$, определяющие пары комплексно-сопряженных корней системы (6) и постоянство первых интегралов движения: $\dot{\omega}_i(\infty) = const$ (или нуль). Из последнего условия следует, что необходимо положить

$$\frac{\omega_2^2}{b^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} = const, \quad \frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} = const, \quad \frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} = const, \quad (7)$$

Для плоско-симметричного ВС обычно $\frac{1}{a^2} > 0$, $\frac{1}{b^2} > 0$, $\frac{1}{c^2} < 0$ и, как известно из курса динамики полетов [3], условие $A_1(\omega_2, \omega_3) > 0$ не выполняется: $\frac{\omega_2^2}{b^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} < 0$, т.е. первое уравнение в системе (6) имеет пару вещественных корней, один из которых определяет устойчивое движение по крену $\omega_1 = \dot{\gamma}$, а другой – малый положительный корень – соответствует условию спиральной неустойчивости [5].

Таким образом, общий интеграл движения, определяющий собственные свойства вращательного движения ВС имеют вид:

$$\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} + \frac{\omega_3^2}{c^2} = \lambda = const, \quad \frac{1}{c^2} < 0, \quad \text{или} \quad \frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} - \frac{\omega_3^2}{|c^2|} = \lambda = const, \quad (8)$$

Общий интеграл движения описывает поверхности второго порядка. Из курса аналитической геометрии известно [6], что таких поверхностей в зависимости от выбранной постоянной λ может быть несколько.

1. Однополостной гиперboloид (рис.1) – поверхность вращения гиперболы ($\lambda=1$)

$$\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} - \frac{\omega_3^2}{|c^2|} = 1. \quad (9)$$

У однополостного гиперboloида имеется интересное свойство – наличие прямолинейных образующих, т.е. линий, всеми своими точками лежащие на поверхности. Действительно, из уравнения (1.6) получим $(\frac{\omega_1}{a} + \frac{\omega_3}{|c|})(\frac{\omega_1}{a} - \frac{\omega_3}{|c|}) = (1 - \frac{\omega_2}{b})(1 + \frac{\omega_2}{b})$ и семейство прямых,

$$\begin{cases} \mu'(\frac{\omega_1}{a} + \frac{\omega_3}{|c|}) = \lambda'(1 + \frac{\omega_2}{b}) \\ \lambda'(\frac{\omega_1}{a} - \frac{\omega_3}{|c|}) = \mu'(1 - \frac{\omega_2}{b}), \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda''(\frac{\omega_1}{a} + \frac{\omega_3}{|c|}) = \mu''(1 - \frac{\omega_2}{b}) \\ \mu''(\frac{\omega_1}{a} - \frac{\omega_3}{|c|}) = \lambda''(1 + \frac{\omega_2}{b}), \end{cases} \quad (10)$$

которые при известных (найденных при конкретных угловых скоростях ω_i^0) параметрах $\mu', \lambda', \mu'', \lambda''$ соответствуют прямолинейным образующим, проходящим через точку $(\omega_1^0, \omega_2^0, \omega_3^0)$.

Прямолинейные образующие являются асимптотами поверхности. Если вместе с гиперболой вращать и асимптоты, то они опишут прямой круговой конус, называемый асимптотическим конусом гиперboloида вращения.

Основанием конуса является окружность $R^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$, радиус которой определяет пространственную частоту вращения конуса: $R = \omega$, $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$.

2. Конус второго порядка (рис.2) ($\lambda=0$):

$$\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} - \frac{\omega_3^2}{|c|^2} = 0 \quad (11)$$

Конус состоит из прямых линий, проходящих через начало координат. Сечение конуса плоскостями с уравнениями $\omega_3 = \omega_3^0$, для различных ω_3^0 представляют собой эллипсы

$$\frac{\omega_1^2}{a^2} + \frac{\omega_2^2}{b^2} = \frac{(\omega_3^0)^2}{|c|^2} \quad (12)$$

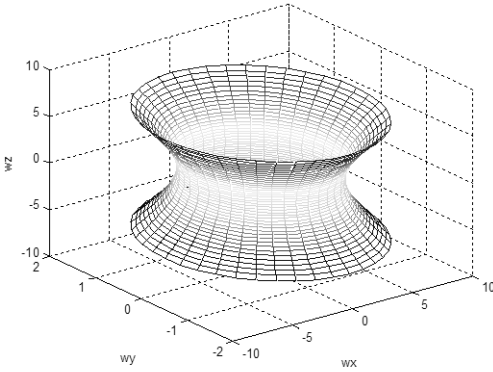


Рис. 1. Поверхность однополостного гиперboloида

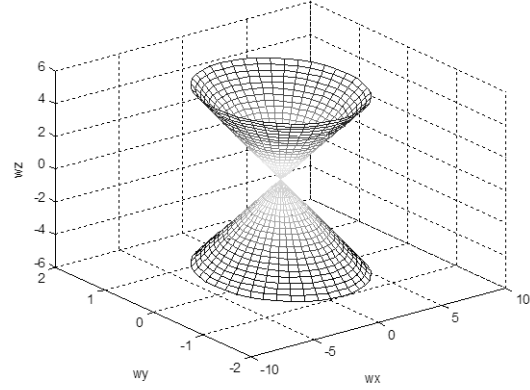


Рис. 2. Поверхность конуса второго порядка

3. Двуполостной гиперboloид вращения – поверхность вращения гиперboloида вокруг той её оси, которая её пересекает (рис. 3) ($\lambda = -1$):

$$\frac{\omega_3^2}{|c|^2} - \frac{\omega_1^2}{a^2} - \frac{\omega_2^2}{b^2} = 1 \quad (13)$$

Двум ветвям гиперболой здесь соответствуют две не связанные между собой поверхности. Асимптотический конус для двуполостного гиперboloида определяется также как и для однополостного гиперboloида.

Исследуем свойства первых (7) и общего (8) интегралов движения Эйлера системы для вращательного движения.

Для этого продифференцируем формулы (7) и (8) по времени:

$$\frac{\omega_1 \dot{\omega}_1}{a^2} + \frac{\omega_2 \dot{\omega}_2}{b^2} + \frac{\omega_3 \dot{\omega}_3}{c^2} = 0, \quad (14)$$

$$\begin{cases} \frac{\omega_2 \dot{\omega}_2}{b^2} + \frac{\omega_3 \dot{\omega}_3}{c^2} = 0 \\ \frac{\omega_1 \dot{\omega}_1}{a^2} + \frac{\omega_3 \dot{\omega}_3}{c^2} = 0 \\ \frac{\omega_1 \dot{\omega}_1}{a^2} + \frac{\omega_2 \dot{\omega}_2}{b^2} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Здесь $\dot{\omega}_i$ определяются из динамических уравнений Эйлера

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = \frac{(I_3 - I_2)}{I_1} \omega_2 \omega_3 + \frac{M_1}{I_1}, \\ \dot{\omega}_2 = \frac{(I_3 - I_1)}{I_2} \omega_1 \omega_3 - \frac{K_{\text{дв}}}{I_2} \omega_3 + \frac{M_2}{I_2}, \\ \dot{\omega}_3 = \frac{(I_1 - I_2)}{I_3} \omega_1 \omega_2 + \frac{K_{\text{дв}}}{I_3} \omega_2 + \frac{M_3}{I_3}. \end{cases} \quad (16)$$

Выполняя подстановку формул (16) в (15), получим

$$\begin{aligned} (I) \quad & 2A_{123} \cdot \omega_1 \omega_2 \omega_3 + \frac{K_{\text{дв}}(I_3^2 - I_2^2)}{I_1 I_2 I_3} \omega_2 \omega_3 = -\frac{\omega_3}{c^2} \frac{M_3}{I_3} - \frac{\omega_2}{b^2} \frac{M_2}{I_2} \\ (II) \quad & 2A_{123} \cdot \omega_1 \omega_2 \omega_3 + \frac{K_{\text{дв}}}{I_3 c^2} \omega_2 \omega_3 = -\frac{\omega_1}{a^2} \frac{M_1}{I_1} - \frac{\omega_3}{c^2} \frac{M_3}{I_3} \\ (III) \quad & 2A_{123} \cdot \omega_1 \omega_2 \omega_3 - \frac{K_{\text{дв}}}{I_2 b^2} \omega_2 \omega_3 = -\frac{\omega_1}{a^2} \frac{M_1}{I_1} - \frac{\omega_2}{b^2} \frac{M_2}{I_2} \end{aligned} \quad (17)$$

где
$$A_{123} = \frac{I_3^2(I_1 - I_2) + I_1^2(I_2 - I_3) + I_2^2(I_3 - I_1)}{I_1 I_2 I_3}.$$

Далее вычтем из уравнения (I) уравнения (II) и (III). В результате получим

$$\begin{cases} \frac{K_{\text{дв}}}{I_1 I_2 I_3} (I_3 - I_2)(I_1 + I_3) \omega_1 \omega_2 = -\frac{\omega_3}{c^2} \frac{M_3}{I_3} + \frac{\omega_1}{a^2} \frac{M_1}{I_1} & (I) - (II) \\ \frac{K_{\text{дв}}}{I_1 I_2 I_3} (I_3 - I_2)(I_1 + I_2) \omega_1 \omega_2 = -\frac{\omega_2}{b^2} \frac{M_2}{I_2} + \frac{\omega_1}{a^2} \frac{M_1}{I_1} & (I) - (III) \end{cases} \quad (18)$$

Затем разделим первое уравнение системы (17) на второе и с учетом выражений для

$\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}, \frac{1}{c^2}$ запишем

$$\frac{(I_1 - I_3)}{(I_1 - I_2)} \cdot \frac{(I_3 - I_2) \omega_3 M_3 + (I_1 - I_2) \omega_1 M_1}{(I_1 - I_3) \omega_1 M_1 - (I_3 - I_2) \omega_2 M_2} = \frac{I_1 + I_3}{I_1 + I_2}$$

или

$$\frac{(I_3 - I_2)\omega_3 M_3 + (I_1 - I_2)\omega_1 M_1}{(I_1 - I_3)\omega_1 M_1 - (I_3 - I_2)\omega_2 M_2} = \chi, \quad (19)$$

где $\chi = \frac{(I_1 + I_3)}{(I_1 + I_2)} \cdot \frac{(I_1 - I_2)}{(I_1 - I_3)}$ – коэффициент подобия по моментам инерции.

Выражение (19) является условием спиральной устойчивости (интегралом движения)

$$\left[(1 - \chi)I_1 - I_2 + \chi I_3 \right] \omega_1 M_1 + \chi(I_3 - I_2)\omega_2 M_2 + (I_3 - I_2)\omega_3 M_3 = 0, \quad (20)$$

позволяющим при известных законах управления $M_s = M_s(\omega_s)$ построить поверхность второго порядка (рис. 4) и оценить параметры (коэффициенты усиления) этих законов по эталонной модели.

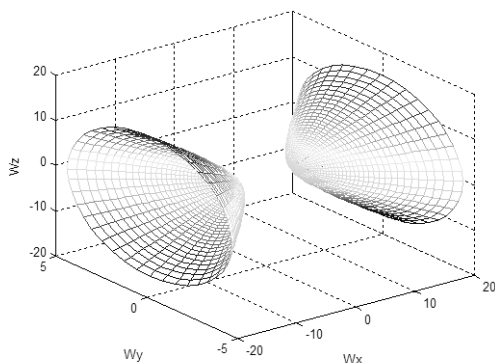


Рис. 3. Поверхность двуполостного гиперboloида

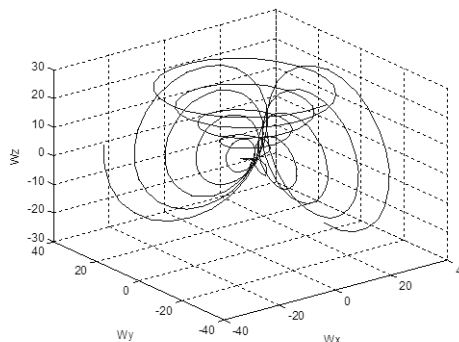


Рис. 4. Поверхность второго порядка

Таким образом, из анализа собственных свойств вращательного движения ВС через первые и общий интегралы динамических уравнений Эйлера и условия спиральной устойчивости (19) и (20) можно определить взаимосвязь параметров продольного и бокового каналов управления, а также математически строго на всем интервале времени обосновать идею спирального прогнозирования ($\omega = const$, рис. 4) для получения аналитического решения уравнений Пуассона при оптимизации траекторного контура [4]. Другие аспекты данной проблемы можно найти в [7-15].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления / П. Д. Крутько. - М.: Машиностроение, 2004. 576 с.
2. Красовский А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / А. А. Красовский. - М.: Наука, 1973. 240 с.
3. Ефремов А. В. Динамика полета / А. В. Ефремов, В. Ф. Захарченко, В. Н. Овчаренко и др. / под ред. Бюшгенса Е. С. - М.: Машиностроение, 2011. 776 с.
4. Диль В.Ф., Сизых В.Н. Методика синтеза законов управления летательным аппаратом на основе траекторного прогнозирования и метода обратных задач динамики / Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2015. №4(48). С.134-137.
5. Буков В.Н., Сизых В.Н. Метод и алгоритмы решения сингулярно-вырожденных задач аналитического конструирования регуляторов // Изв. АН. Теория и системы управления. 2001. №5. С.43-61.
6. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М. Физматлит. 2009. 312 с.
7. Агеев А.М. Структурно-параметрический синтез самоорганизующихся систем управления транспортными средствами: синергетический подход: Монография / А.М. Агеев, А.В. Данеев, В.Н Сизых. – Иркутск: ИрГУПС, 2017. 168 с.
8. Беляев Е.Ю. Синтез алгоритма нелинейного пилотажного контура методом обратных задач динамики / Е.Ю. Беляев, В.Ф. Диль // Информационные системы контроля и

управления в промышленности и на транспорте. – Иркутск: ИрГУПС, 2016. № 27. С.16–23.

9. Боднер В.А. Теория автоматического управления полетом / В.А. Боднер. – М.: Наука, 1964. 700 с.

10. Воробьев В.В. Теория управления. Нелинейные системы автоматического регулирования и управления / В.В. Воробьев. – Тула: ТулГУ, 2001. 234 с.

11. Данеев А.В. Оптимизация процессов управления пространственным движением воздушного судна на основе уравнений нелинейной динамики / А.В. Данеев, В.Ф. Диль, В.Н. Сизых. – Самара: Известия СНЦ РАН, 2017. Т.19, № 1. С. 195 – 200.

12. Диль В.Ф. Адаптивные алгоритмы управления вращательным движением летательных аппаратов на основе метода обратных задач динамики / В.Ф. Диль, В.Н. Матвеев // Актуальные проблемы развития авиационной техники и методов ее эксплуатации – 2014. Сб. ст. VII Рег. науч–практ. конф. студ. и асп. – Иркутск: МГТУ ГА, 2015. Том 1.– С.103–106.

13. Диль В.Ф. Методика синтеза законов управления летательным аппаратом на основе траекторного прогнозирования и метода обратных задач динамики/ В.Ф. Диль, В.Н. Сизых // Современные технологии, системный анализ, моделирование. – Иркутск: ИрГУПС. 2015. № 4 (48). С. 134–138.

14. Диль В.Ф. Методика синтеза нелинейной системы управления воздушным судном на траекторном и пилотажном уровнях / В.Ф. Диль, В.Н. Сизых // МНИЖ. – Екатеринбург, 2016. №5(47). ч.3. С. 87 – 92

15. Диль В.Ф. Нелинейная система автоматического управления маневренного летательного аппарата на основе принципа симметрии и концепции обратных задач динамики / В.Ф. Диль, В.Н. Сизых // Информационные системы контроля и управления в промышленности и на транспорте. – Иркутск: ИрГУПС, 2013. № 23. С. 17 – 26.

REFERENCES

1. Krutko P. D. The return problems of dynamics in the theory of automatic control / P.D. Krutko. - M.: Mechanical engineering, 2004. 576 pages.

2. Krasovsky A. A. Systems of automatic flight control and their analytical designing / A.A. Krasovsky. - M.: Science, 1973. 240 pages.

3. Efremov A. V. Dynamics of flight / A.V. Efremov, V.F. Zakharchenko, V.N. Ovcharenko, etc. / under the editorship of Byushgens E. S. - M.: Mechanical engineering, 2011. 776 pages.

4. Dil V.F. Gray V. N Metodika of synthesis of laws of control of the aircraft on the basis of trajectory forecasting and a method of the return problems of dynamics // Modern technologies. System analysis. Modeling. 2015. No. 4(48). Page 134-137.

5. Bukov V.N., Grey V.N. Metod and algorithms of the solution of singular and degenerate problems of analytical designing of regulators // Izv. AN. Theory and control systems. 2001. No. 5. Page 43-61.

6. Beklemishev D.V. Course of analytical geometry and linear algebra. - M. Fizmatlit. 2009. 312 pages.

7. Ageev A.M. Structural and parametrical synthesis of the self-organized control systems of vehicles: synergetic approach: Monograph / A.M. Ageev, A.V. Daneev, V. N Sizykh. – Irkutsk: ИрГУПС, 2017. 168 pages.

8. Belyaev E.Yu. Synthesis of an algorithm of a nonlinear flight contour by method of the return problems of dynamics / E.Yu. Belyaev, V.F. Dil // Information systems of control and management in the industry and on transport. – Irkutsk: ИрГУПС, 2016. No. 27. Page 16-23.

9. Bodner V. A. Theory of automatic flight control/VA. Bodner. – M.: Science, 1964. 700 pages.

10. Vorobjev V.V. Theory of management. Nonlinear systems of automatic control and management / V.V. Vorobyov. – Tula, 2001. 234 pages.

11. Daneev A.V. Optimization of management of the spatial movement of the aircraft on the basis of the equations of nonlinear dynamics / A.V. Daneev, V.F. Dil, V.N. Sizykh. – Samara:

12. Dil V.F. Adaptive control algorithms of rotary motion of aircraft on the basis of a method of the return problems of dynamics / V.F. Dil, V.N. Matveev//Current problems of development of the aircraft equipment and methods of her operation – 2014. – Irkutsk: MSTUGA, 2015. Volume 1. – Page 103-106.

13. Dil V.F. A technique of synthesis of laws of control of the flying device on the basis of trajectory forecasting and a method of the return problems of dynamics / V.F. Dil, V.N. Sizykh // Modern technologies, the system analysis, modeling. – Irkutsk. 2015. No. 4 (48). Page 134-138.

14. Dil V.F. A technique of synthesis of a nonlinear control system of the aircraft at the trajectory and flight levels / V.F. Dil, V.N. Sizykh // MNIZh. – Yekaterinburg, 2016. No. 5(47). p. 3. Page 87 – 92

15. Dil V.F. The nonlinear system of automatic control of not maneuverable aircraft on the basis of the principle of symmetry and the concept of the return problems of dynamics / V.F. Dil, V.N. Sizykh // Information systems of control and management in the industry and on transport. – Irkutsk: ИргУПС, 2013. No. 23. Page 17 – 26.

Информация об авторах

Виктор Фридрихович Диль - доцент кафедры «Авиационные электросистемы и пилотажно-навигационные комплексы», Иркутский филиал Московского государственного технического университета гражданской авиации, г. Иркутск, e-mail: dillviktor@yandex.ru

Алексей Васильевич Данеев– д.т.н., профессор кафедры «Информационные системы и защита информации» Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: daneev@mail.ru.

Виктор Николаевич Сизых - д.т.н., доцент, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: sizykh_vn@mail.ru.

Authors

Viktor Fridrihovich Dil'– associate professor "Aviation electrical systems and flight and navigation complexes", Irkutsk branch of the Moscow state technical university of civil aviation, Irkutsk, e-mail: dillviktor@yandex.ru

Aleksej Vasil'evich Daneev– Dr.Sci.Tech., professor of "Information Systems and Information Security" department, Irkutsk state transport university, Irkutsk, e-mail: daneev@mail.ru

Viktor Nikolaevich Sizyh– Dr.Sci.Tech., associate professor, professor of Automation of Productions department, Irkutsk state transport university, Irkutsk, e-mail: sizykh_vn@mail.ru.

Для цитирования

Диль В.Ф., Данеев А.В., Сизых Н.В. К вопросу о спиральной устойчивости на основе анализа собственных свойств вращательного движения воздушного судна // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2018. – №1. – С. 29-37 – Режим доступа: <http://ismm-irgups.ru/toma/11-2018>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 01.10.2018)

For citation

Dil V. F., Daneev A. V., Sizykh V. N. K voprosu o spiral'noj ustojchivosti na osnove analiza sobstvennyh svojstv vrashchatel'nogo dvizheniya vozdušnogo sudna [To the question about the spiral of sustainability based on the analysis of private properties the rotational motion of the aircraft] // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnyimi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the man-agement of complex systems: electronic scientific journal], 2018. No. 1. P. 29-37. [Accessed 01/10/18]