

В. Д. Бердонос¹, **Д. О. Журавлёв**¹

¹ *Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация*

Аннотация. В статье представлена математическая модель движения нескольких беспилотных летательных аппаратов, в едином воздушном и информационном пространстве. Информационное пространство организуется средствами корпоративных систем предотвращения столкновений (например, с использованием технологии автоматического зависимого наблюдения-вещания) для обмена беспилотными летательными аппаратами аэронавигационными сообщениями. Информация из сообщений предназначена для оценки вероятности столкновения между аппаратами и, если это необходимо, для выбора манёвра предотвращения столкновения и расчётов его параметров.

Ключевые слова: беспилотные летательные аппараты, БПЛА, предотвращение столкновений, математическая модель, взаимодействие.

V. D. Berdonosov¹, **D. O. Zhuravlev**¹

¹ *Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation*

MATHEMATICAL MODEL OF MUTUAL MOVEMENT OF UNMANNED AERIAL VEHICLES

Abstract. The article presents a mathematical model of the movement of several unmanned aerial vehicles in a single air and information space. The information space is organized by means of corporate collision avoidance systems (for example, using the technology of automatic dependent surveillance-broadcasting) for the exchange of aeronautical messages by unmanned aerial vehicles. Information from the messages is intended to assess the probability of a collision between vehicles and, if necessary, to select a collision avoidance maneuver and calculate its parameters.

Keywords: unmanned aerial vehicles, UAVs, collision avoidance, mathematical model, interaction.

Введение. Решая задачу предотвращения столкновений беспилотных летательных аппаратов (далее также БПЛА), необходимо описать математическую модель движения аппаратов и взаимодействия между ними. Движение летательного аппарата в воздушном пространстве можно рассматривать как движение в трёхмерном пространстве материальной точки, имеющей вокруг себя зону покрытия с определённым радиусом R . Однако, математическое описание поставленной задачи в таком случае имеет достаточную сложность, а реализация для использования на реальных БПЛА потребует наличия мощных бортовых вычислительных систем. В таком случае целесообразнее выбирать более простую систему координат с упрощёнными записями уравнений движения. Но такой выбор не должен противоречить общей формулировке задачи. Среди группы БПЛА будем выделять «свой» (первый) и «другие» (остальные) аппараты. Для определения местоположения аппаратов и их изменения будем использовать кинематических уравнений, зависящих от скоростей аппаратов. Это позволяет отойти от трёхмерного решения задачи без серьёзных погрешностей и обращаться к нему только в одном случае простым способом, подробнее описанном ниже. Используя направляющие косинусы [1] и кинематические уравнения в проекции на оси нормальной системы координат, получаем следующую модель (схема представлена на рис. 1) (1).

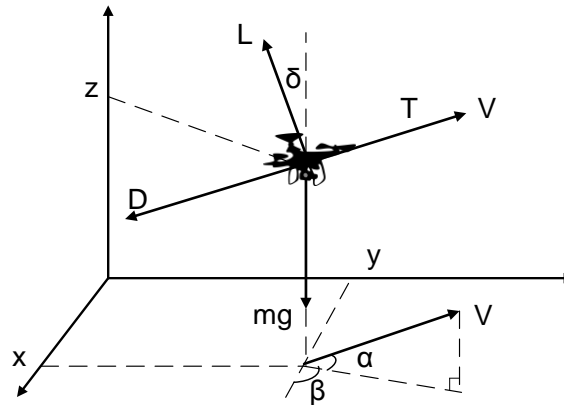


Рис. 1. Модель аэродинамической системы координат беспилотного летательного аппарата

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} &= V \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta; \\
 \frac{dy}{dt} &= V \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta; \\
 \frac{dz}{dt} &= V \cdot \sin \alpha; \\
 \frac{dV}{dt} &= \frac{T - D}{m} - g \cdot \sin \alpha; \\
 \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{L \cdot \cos \delta - m \cdot g \cdot \cos \alpha}{m \cdot V}; \\
 \frac{d\beta}{dt} &= \frac{L \cdot \sin \delta}{m \cdot V \cdot \cos \alpha},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где m – масса БПЛА; D – лобовое сопротивление; T – тяга двигателя; g – ускорение свободного падения; $(dx/dt, dy/dt, dz/dt)$ – вектор скорости БПЛА в трёхмерном пространстве; L – подъёмная сила; α – угол тангажа; β – курсовой угол; δ – угол крена; V – проекция скорости на горизонтальную плоскость.

Сделаем предположение, что на каждом беспилотном летательном аппарате имеется модули глобальной системы позиционирования (например, GPS [2], ГЛОНАСС и прочие) для определения своих координат в пространстве и автоматического зависимого наблюдения-вещания (АЗН-В) для обмена аэронавигационными сообщениями с другими БПЛА [3, 4]. Отметим, что использование системы АЗН-В для передачи информации «своему» о координатах «чужих», с одной стороны предполагает использование абсолютной, а не относительной системы координат, а с другой – кусочно линеаризовать траектории движения БПЛА, учитывая наличие малого (до 0,5 с) периода обновления. Основная часть предлагаемого решения использует проекции на горизонтальную плоскость. Хотя БПЛА движутся в трёхмерном пространстве, высоты аппаратов будут только сравниваться, для раннего исключения возможности столкновения. Координаты каждого аппаратов в единый шаг времени можно поместить в два вектора: для «своего» БПЛА – $S^f = (x^f, y^f, z^f)$ и для «чужого» – $S^s = (x^s, y^s, z^s)$. БПЛА обмениваются данными о своих местоположениях и скоростях движения, имитирую обмен аэронавигационными сообщениями по технологии АЗН-В. Пройденный аппаратом путь определяется отрезком между текущими и предыдущими координатами его местоположения.

Модель движения БПЛА под управлением автопилота. Практически все современные беспилотные летательные аппараты имеют систему управления, которая позволяет им автоматически передвигаться по определённым траекториям (маршрутам) и стабилизировать

аппарат во время движения, чтобы сгладить воздействие на БПЛА внешних сил и уменьшить отклонения от реальной траектории. Обычно, достижение этого производится за счёт отклонения органов управления, а именно [5, 6]: элероны, рули направления и высоты (для аппаратов самолётного типа); система управления мощностями приводов винтов (для аппаратов вертолётного или коптерного типов).

Поиск нужного корректирующего управления представляет собой обратную задачу динамики. Без решения этой задачи систему управления беспилотным летательным аппаратом нельзя считать эффективной. В проводимом исследовании следует учесть несколько предположений, в рамках которых будет решаться поставленная задача:

– разрабатываемая система для предотвращения столкновений установлена на БПЛА с имеющейся системой управления (автопилотом), которая формирует корректирующие воздействия для выравнивания и стабилизации движения аппарата;

– формируемые корректирующие воздействия достаточны для эффективного выравнивания и стабилизации движения аппарата, настолько, что они не учитываются в решении;

– разрабатываемая система для предотвращения столкновений и система управления аппарата взаимодействуют друг с другом.

Учитывая вышеизложенное, система уравнений (1) преобразуется в следующую математическую модель:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= V^C \cdot \cos \alpha^C \cdot \cos \beta^C; \\ \frac{dy}{dt} &= V^C \cdot \cos \alpha^C \cdot \sin \beta^C; \\ \frac{dz}{dt} &= V^C \cdot \sin \alpha^C,\end{aligned}\tag{2}$$

где V^C – проекция скорости на горизонтальную плоскость, стабилизированной автопилотом; α^C – угол тангажа, стабилизированный автопилотом; β^C – курсовой угол, стабилизированный автопилотом.

Модель взаимного движения нескольких БПЛА. Движение группы беспилотных летательных аппаратов в определённом воздушном пространстве можно рассматривать как систему из нескольких взаимодействующих объектов. При увеличении количества аппаратов и, как следствие, увеличение количества степеней свободы недопустимо увеличивается сложность модели движения этих аппаратов в пространстве. Тем самым у модели снижается эффективность при использовании её для решения задачи предотвращения столкновений БПЛА между собой.

Для решения противоречия будем рассматривать некую группу беспилотных летательных аппаратов в определённом воздушном пространстве как совокупность пар тел: несущий-носимый. Для удобства, несущего назовём «свой» (кто первым «заметил» другой аппарат), а носимого назовём «чужой». Для каждой пары тел определение исходных параметров производится относительно точки пересечения их траекторий движения. В результате возможны следующие варианты движения двух аппаратов относительно точки пересечения:

- 1) один аппарат двигается в точку пересечения траекторий, а второй – удаляется от неё;
- 2) оба аппарата удаляются от точки пересечения траекторий;
- 3) оба аппарата двигаются в точку пересечения траекторий.

Для построения модели взаимного движения двух БПЛА, первоначально необходимо рассмотреть их варианты относительного движения, представленные на рис. 2.

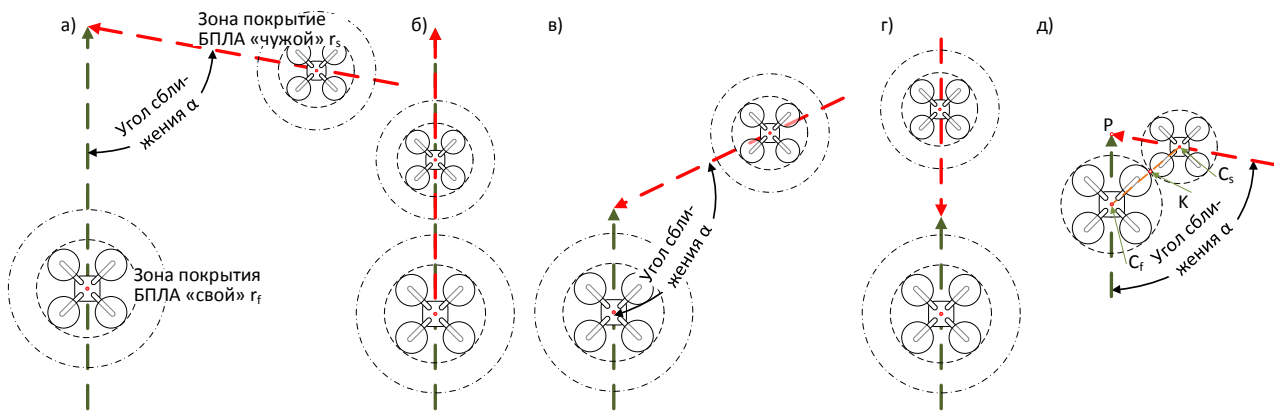


Рис. 2. Варианты относительных движений «своего» БПЛА (зелёная стрелка) и «чужого» БПЛА (красная стрелка): а – попутное движение; б – строго попутное движение; в – встречное движение; г – строго встречное движение; д – схема столкновения: P – точка пересечения траекторий, C_f и C_s – центры соответствующих БПЛА, K – точка соприкосновения БПЛА, α – угол сближения траекторий

Зона покрытия(r) – это область пространства вокруг БПЛА, для простоты считается кругом (в плане), или эллипсоидом (в объёме). Зона покрытия представляет собой некую область, Схема столкновений (представлена на рис. 2 (д)) позволяет определить условия (соотношение скоростей, соотношение начальных (или текущих) координат) при которых возникает угроза столкновения. Столкновение между БПЛА можно считать случившимся, когда расстояния между их центрами станет равным сумме радиусов покрытия. Путём проведения математических расчётов, представленных в [7, 8], получаем следующее выражение.

$$R(t_{\min}) = \sqrt{\left((L_f(t_0) - V_f) \cdot \frac{L_f(t_0) \cdot V_f + L_s(t_0) \cdot V_s - (L_f(t_0) \cdot V_s + L_s(t_0) \cdot V_s) \cdot \cos(\alpha)}{V_f^2 + V_s^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_s \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + \left((L_s(t_0) - V_s) \cdot \frac{L_f(t_0) \cdot V_f + L_s(t_0) \cdot V_s - (L_f(t_0) \cdot V_s + L_s(t_0) \cdot V_s) \cdot \cos(\alpha)}{V_f^2 + V_s^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_s \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 - 2 \cdot (L_f(t_0) - V_f) \cdot \frac{L_f(t_0) \cdot V_f + L_s(t_0) \cdot V_s - (L_f(t_0) \cdot V_s + L_s(t_0) \cdot V_s) \cdot \cos(\alpha)}{V_f^2 + V_s^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_s \cdot \cos(\alpha)} \cdot (L_s(t_0) - V_s) \cdot \frac{L_f(t_0) \cdot V_f + L_s(t_0) \cdot V_s - (L_f(t_0) \cdot V_s + L_s(t_0) \cdot V_s) \cdot \cos(\alpha)}{V_f^2 + V_s^2 - 2 \cdot V_f \cdot V_s \cdot \cos(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)} \right)}, \quad (3)$$

где $R(t_{\min})$ – минимальное расстояние; V_f и V_s – скорости обоих аппаратов; $L_f(t_0)$ и $L_s(t_0)$ – начальные расстояния обоих аппаратов от точки пересечения их траекторий движения; α – угол между траекториями движения аппаратов.

Выражение (3) является математической моделью задачи оценки возможности наступления столкновения аппаратов, которое произойдёт при

$$R(t_{\min}) \leq r_f + r_s, \quad (4)$$

где r_f и r_s – радиусы зон покрытия соответствующих аппаратов.

Модель оценки погрешности траектории. Большое количество исследователей [9, 10, 11] (как и уже долгий период в гражданской авиации) используют кусочно-линейную аппроксимацию траекторий БПЛА при разработке систем предотвращения столкновений. Следовательно, необходимо определить величину погрешности для представленного случая. Рассмотрим модель оценки погрешности при использовании кусочно-линейной траектории БПЛА (модель представлена на рис. 3).

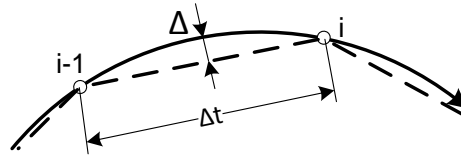


Рис. 3. Модель оценки погрешности: сплошная линия – реальная траектория, пунктирная линия – аппроксимирующая траектория

Зная координаты точек « $i-1$ » и « i » и промежуток Δt между получением этих координат, необходимо определить максимальное отклонения аппроксимирующей траектории от реальной, с учётом ограничений на маневренность БПЛА.

Будем рассматривать случай проекции траектории движения БПЛА на плоскость XOY , что не мешает распространить выводы на использование и других проекций. Отметим, что любое отклонение от прямолинейного движения БПЛА вызывается коррекцией энергетического воздействия на центр масс БПЛА. Это коррекция обусловлена изменением силы тяги ΔT БПЛА в направлении, нормальном к основному движению, и, в соответствии со вторым законом Ньютона, центростремительное ускорение (CA), приводящее к появлению отклонения от линейной траектории (Δ) будет равно $CA = \Delta T / m$. Зная величину этого ускорения и Δt можно легко получить выражение для Δ , считая максимум отклонения Δ находится в середине временного отрезка Δt :

$$\Delta = CA \cdot \Delta t^2 / 4. \quad (5)$$

Соответственно, максимальное отклонение будет Δ_{max} при CA_{max} . В [12] представлены оценочные величины максимальных центростремительных ускорений для микро- и мини БПЛА, которые приблизительно равны 4 м/с^2 . Тогда, учитывая, что минимальное значение Δt при использовании системы АЗН-В равно $0,5 \text{ с}$, получаем максимальную величину $\Delta_{max} = 0,25 \text{ м}$, что сравнимо с погрешность передачи АЗН-В данных и может быть учтено увеличением зоны покрытия БПЛА.

Модель оценки параметров БПЛА. Математическая формулировка задачи определения параметров БПЛА, позволяющих избежать столкновения выглядит следующим образом. Пусть есть счётное множество пар БПЛА $UAV^P \subseteq UAV \times UAV$, где UAV счётное множество БПЛА $uav \in UAV : uav = \{uav_0, uav_1 \dots uav_n\}$, причём каждый элемент этого множества представляет собой вектор в многомерном пространстве $uav_i = (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}, x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}, V_i^G, V_i^V, A_i^G, A_i^V, r_i)$ координат текущего (x_0, y_0, z_0) и предшествующего (x_1, y_1, z_1) положения БПЛА, а также и параметров БПЛА: динамически меняющихся (V^G, V^V, A^G, A^V) и постоянных (r) , V^G, V^V – горизонтальная и вертикальная скорости БПЛА, A^G, A^V – горизонтальное и вертикальное ускорения БПЛА, r – радиус безопасности БПЛА. Существует подмножество $UAV^{P1} \subset UAV^P$ попарно слетающихся БПЛА, для элементов которого $uav^{P1} = \{uav^P | H^1\}$ выполняется условие H^1 ; кроме того существует подмножество $UAV^{P2} \subset UAV^{P1}$ попарно слетающихся равновысотных БПЛА, для элементов которого $uav^{P2} = \{uav^{P1} | H^2\}$ выполняется условие H^2 ; далее существует подмножество попарно слетающихся равновысотных потенциально сталкивающихся $UAV^{P3} \subset UAV^{P2}$, для элементов которого $uav^{P3} = \{uav^{P2} | H^3\}$ выполняется условие H^3 . Кроме того, существует множество A^G горизонтальных ускорений одного из БПЛА, входящего в $uav^P \in UAV^P$ позволяющих избежать столкновение соответствующей пары.

Функциональные зависимости $UAV, UAV^{P1}, UAV^{P2}, UAV^{P3}$ и A^G могут быть представлены в виде последовательности отображений: $F_1 : UAV^P \rightarrow UAV^{P1}$; $F_2 : UAV^{P1} \rightarrow UAV^{P2}$; ; $F_3 : UAV^{P2} \rightarrow UAV^{P3}$; $F_4 : UAV^{P3} \rightarrow A^G$, то есть $A^G = F_4(F_3(F_2(F_1(uav_i(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}, x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}, V_i^G, V_i^V, r_i), uav_i(x_{j0}, y_{j0}, z_{j0}, x_{j1}, y_{j1}, z_{j1}, V_i^G, V_i^V, r_j))$).

Получаем задачу нахождения функциональных зависимостей F_1, F_2, F_3, F_4 , определяемых условиями H^1, H^2, H^3 и элементами вектора uav_i .

Далее рассматриваются реализация этих четырёх функциональных зависимостей.

Модель определения точки пересечения траекторий. Рассмотрим реализацию функциональной зависимости F_1 , используя модель оценки определения точки пересечения траекторий аппаратов. Зная текущие и предыдущие координаты местоположения одного БПЛА и аналогичные точки второго, можно рассчитать точку пересечения траекторий аппаратов [11]. Но, зная только координаты точки пересечения траекторий, сложно оценить вероятность столкновения. Можно выделить следующие ситуации с двумя аппаратами:

- 1) один аппарат двигается в точку пересечения траекторий, а второй – удаляется от неё;
- 2) оба аппарата удаляются от точки пересечения траекторий;
- 3) оба аппарата двигаются в точку пересечения траекторий.

Столкновение между аппаратами возможно только в том случае, когда оба аппарата двигаются в точку пересечения траекторий. Если имеются координаты местоположения обоих аппаратов и координаты точки пересечения их траекторий движения, тогда можно определить какая из возможных ситуаций сложилась.

Функция F_1 позволяет определить слетаются ли попарно БПЛА. Для этого, учитывая допущение о прямолинейном характере движения беспилотного аппарата, определяются координаты точки скрещивания и угол α между траекториями аппаратов. Подробно об этом написано в [13, 7].

Модель оценки высот. Рассмотрим реализацию функциональной зависимости F_2 , используя модель оценки высотных параметров БПЛА в точке возможного столкновения. В той ситуации, когда оба летательных аппарата выполняют движение на разных высотах, и разница этих высот больше суммы радиусов зон покрытия аппаратов, вероятность столкновения крайне мала. Так как основные расчёты проходят в проекции на горизонтальной плоскости, а исходная задача включает в себя трёхмерное пространство, то следует ввести проверку в вертикальной плоскости. Для этого введём сумму радиусов зон покрытия в вертикальной плоскости (Δz) и будем сравнивать её разницей высот, по которым двигаются БПЛА. Предполагается, что в вертикальной плоскости БПЛА двигаются также по прямым, аналогично предположению о движении в горизонтальной плоскости.

Функция F_2 позволяет выбрать из всех попарно слетающих БПЛА, те пары аппаратов, у которых разница высот меньше Δz [14].

$$|z_i^c - z_j^c| \leq \Delta z, \quad (6)$$

$$z_i^c = \frac{(z_{i0} - z_{i1}) \cdot x_{ij} + (x_{i0} - x_{i1}) \cdot z_{i1} - (z_{i0} - z_{i1}) \cdot x_{i1}}{x_{i0} - x_{i1}};$$

где

$$z_j^c = \frac{(z_{j0} - z_{j1}) \cdot x_{ij} + (x_{j0} - x_{j1}) \cdot z_{j1} - (z_{j0} - z_{j1}) \cdot x_{j1}}{x_{j0} - x_{j1}}.$$

Модель оценки критических скоростей. Рассмотрим реализацию функциональной зависимости F_3 , используя модель оценки диапазона критических скоростей, попадание в который приводит к столкновению БПЛА. Для оценки критических скоростей, которые ведут к столкновению попарно слетающих (оба движутся в точку пересечения траекторий)

равновысотных (разница их высот меньше Δz) БПЛА, рассмотрим возможные ситуации со столкновениями:

- а) «свой» аппарат не успел пролететь перед «чужим» аппаратом;
- б) «чужой» аппарат не успел пролететь перед «своим» аппаратом.

Теперь рассмотрим обратную модель, когда в аналогичных ситуациях столкновения удаётся избежать путём использования скоростного манёвра ускорения. При таких условиях модель расчёта критических скоростей [7] позволяет вывести два варианта успешного применения скоростного манёвра уклонения

- а) увеличение скорости «своего», чтобы он первым успел пролететь точку скрещения;
- б) уменьшение скорости «своего», чтобы он пропустил «чужого» перед собой и тот первым пролетел точку скрещения.

Эти две ситуации представлены на рис. 4. Исходя из того, что конкретная одна система предотвращения столкновений может воздействовать на один конкретный БПЛА, на котором она установлена (в нашем случае на «своего»), то и расчёты будут производиться только для критических скоростей «своего».

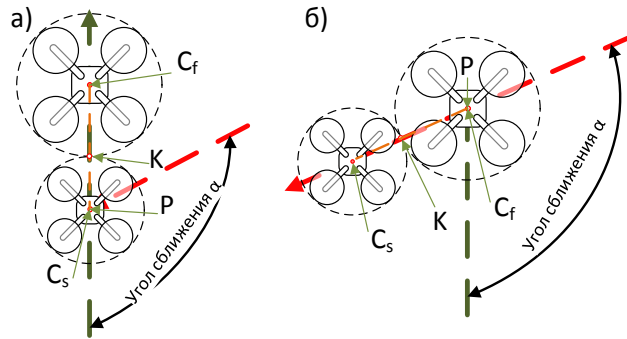


Рис. 4. Схема оценки условий столкновения, где P – точка пересечения траекторий; C_f и C_s – центры соответствующих БПЛА; K – точка соприкосновения БПЛА; α – угол сближения между траекториями

Представленная на рис. 4, схема позволяет сформулировать условия (соотношения скоростей, начальных (текущих) координат местоположения аппаратов) при которых появляется угроза столкновения. БПЛА столкнутся, когда расстояния между их центрами станет равным сумме радиусов их зон покрытия.

Функция F_3 позволяет определить для попарно слетающихся равновысотных БПЛА, те пары, для которых при неизменных параметрах движений произойдут столкновения. Относительно «своего» БПЛА определяются границы диапазона критических скоростей (V_f^{max}, V_f^{min}) . Если скорость «своего» попадает между границами этого диапазона $V_f^{max} \leq V_f \leq V_f^{min}$, то столкновение произойдёт. Исходя из расчётов, представленных в [7, 8], получаем следующие выражения, которые зависят от относительных расстояний между двумя аппаратами и точкой пересечения их траекторий ($L_{f/r}$ и $L_{s/r}$) и углом сближения (α):

$$V_f^{min}(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha) = \frac{-BV(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha) + \sqrt{BV(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha)^2 - 4 \cdot AV(L_{s/r}, \alpha) \cdot CV(L_{f/r}, \alpha)}}{2 \cdot AV(L_{s/r}, \alpha)}; \quad (7)$$

$$V_f^{max}(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha) = \frac{-BV(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha) - \sqrt{BV(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha)^2 - 4 \cdot AV(L_{s/r}, \alpha) \cdot CV(L_{f/r}, \alpha)}}{2 \cdot AV(L_{s/r}, \alpha)}, \quad (8)$$

где:

$$AV(L_{s/r}, \alpha) = L_{s/r}^2 \cdot (1 - \cos(\alpha)^2) - 1;$$

$$BV(L_{f/r}, L_{s/r}, \alpha) = 2 \cdot (\cos(\alpha) - L_{f/r} \cdot L_{s/r} \cdot (1 - \cos(\alpha)^2));$$

$$CV(L_{f/r}, \alpha) = L_{f/r}^2 \cdot (1 - \cos(\alpha)^2) - 1.$$

Модель определения необходимого ускорения. Рассмотрим реализацию функциональной зависимости F_4 , используя модель необходимого для предотвращения столкновения ускорения «своего» [15].

Функция F_4 позволяет получить необходимое для избегания столкновения между двумя попарно летающими равновысотными сталкивающимися БПЛА значение ускорения A^G . Для предотвращения столкновения необходимо вывести скорость «своего» аппарата из диапазона критических скоростей. Для этого определяется ближайшая к скорости «своего» граница диапазона. Ускорение можно вычислить, зная расстояние «своего» до точки столкновения, его скорость и ближайшую границу диапазона критических скоростей:

$$A_f^G = \begin{cases} 2 \cdot V_f \cdot (V_f^{\min} - V_f) / L_f, V_f^{\min} \geq V_f \geq (V_f^{\min} - V_f^{\max}) / 2 \\ 2 \cdot V_f \cdot (V_f^{\min} - V_f) / L_f, (V_f^{\min} + V_f^{\max}) / 2 \geq V_f \geq V_f^{\max} \end{cases} \quad (9)$$

Далее, чтобы избежать столкновения, необходимо передать системе управления БПЛА (автопилоту) команду на выполнение этого манёвра и полученное значения A^G .

Заключение. Представленная математическая модель может быть использована не только в решении задач движения беспилотных летательных аппаратов и предотвращения столкновений между ними, но и для другой роботизированной техники как наземной, так и водной. Решение поставленной задачи в двумерном пространстве уменьшает сложность математического аппарата и позволяет снизить требования к мощностям бортовой вычислительной системе технического аппарата (БПЛА, наземный аппарат, водный аппарат), на котором разрабатываемая система предотвращения столкновений сможет быть использована.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kai Chang, Yuanqing Xia, Kaoli Huang. UAV formation control design with obstacle avoidance in dynamic three-dimensional environment // SpringerPlus 5. 2016. – № 1124. – Pp. 1-16.
2. Jeonghoon Kwak, Yunsick Sung. Autonomous UAV Flight Control for GPS-Based Navigation // in IEEE Access. 2018. – Volume 6. – Pp. 37947- 37955.
3. Chin E. Lin, Ya-Hsien Lai. Quasi-ADS-B Based UAV Conflict Detection and Resolution to Manned Aircraft // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2015. – Vol. 2015(3) – Pp. 1-12.
4. Vivek Agarwal, Saket Thakare, Akshay Jaiswal. Instant aircraft recovery during disaster using ADS-B technology // International Journal of Scientific & Engineering Research. 2015. – Volume 6, issue 8. – Pp. 1769-1772.
5. Constantino Gonc, Alves Ribeiro, Luciano Constantin Raptopoulos, Max Suell Dutra. A platform for autonomous path control of unmanned air-ship // Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2017. – Pp. 215–228.
6. Иноземцев Д. П. Беспилотные летательные аппараты. Теория и практика. Часть 2. / Технологии. Беспилотные летательные аппараты. 2013. – С. 48-51.
7. Бердонос В. Д., Зау Хтет Наинг, Журавлёв Д. О. К расчёту критических скоростей, ведущих к коллизии двух БПЛА // Производственные технологии будущего: от создания к внедрению: материалы международной научно-практической конференции. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КНАГУ», 2017. – С. 9-14.
8. Berdonosov V. D., Zhivotova A. A., Zaw Htet Naing, Zhuravlev D. O.. Speed Approach for UAV Collision Avoidance // Journal of Physics: Conference Series. 2018. – Volume 1015. – Pp. 1-6.
9. Bin Fang, Tefang Chen. Research on UAV Collision Avoidance Strategy Considering Threat Levels // Practical Applications of Intelligent Systems. 2014. – Pp. 887-897.
10. Rafael G. Braga, Roberto C. da Silva, Alexandre C.B. Ramos, Felix Mora-Camino. Collision Avoidance Based on Reynolds Rules: A Case Study Using Quadrotors // In Information Tech-

nology – New Generations, Advances in Intelligent Systems and Computing, S. Latifi, Eds. Springer International Publishing AG. 2018. – Pp. 773-780.

11. Антонов В. О., Гурчинский М. М., Петренко В. И., Тебуева Ф. Б. Метод планирования траектории движения точки в пространстве с препятствием на основе итеративной кусочно-линейной аппроксимации [Электронный ресурс] // Системы управления, связи и безопасности, 2018. Режим доступа: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf>, свободный (дата обращения: 22.09.2019).

12. Azade Fotouhi, Ming Ding, Mahbub Hassan. DroneCells: Improving 5G Spectral Efficiency using Drone-mounted Flying Base Stations // Journal of Transactions on mobile computing. 2017. – Pp. 1-14.

13. Бердонос В. Д., Журавлёв Д. О., Барышева Т. Г., Крылова С. Д. К расчёту точек столкновения двух БПЛА // Производственные технологии будущего: от создания к внедрению: материалы международной научно-практической конференции. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2017. – С. 22-26.

14. Бердонос В. Д., Журавлёв Д. О., Зау Хтет Наинг. Об алгоритме оценивания возможности коллизии двух БПЛА // Производственные технологии будущего: от создания к внедрению: материалы международной научно-практической конференции. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2017. – С. 15-21.

15. Berdonosov V. D., Zivotova A. A., Zhuravlev D. O., Zaw Htet Naing. Implementation of the Speed Approach for UAV Collision Avoidance in Dynamic Environment // Published in: 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon-2018). 2018. – Pp. 1-6.

REFERENCES

1. Kai Chang, Yuanqing Xia, Kaoli Huang. UAV formation control design with obstacle avoidance in dynamic three-dimensional environment // SpringerPlus 5. 2016. – № 1124. – Pp. 1-16.

2. Jeonghoon Kwak, Yunsick Sung. Autonomous UAV Flight Control for GPS-Based Navigation // in IEEE Access. 2018. – Volume 6. – Pp. 37947- 37955.

3. Chin E. Lin, Ya-Hsien Lai. Quasi-ADS-B Based UAV Conflict Detection and Resolution to Manned Aircraft // Journal of Electrical and Computer Engineering. 2015. – Vol. 2015(3) – Pp. 1-12.

4. Vivek Agarwal, Saket Thakare, Akshay Jaiswal. Instant aircraft recovery during disaster using ADS-B technology // International Journal of Scientific & Engineering Research. 2015. – Volume 6, issue 8. – Pp. 1769-1772.

5. Constantino Gonc, Alves Ribeiro, Luciano Constantin Raptopoulos, Max Suell Dutra. A platform for autonomous path control of unmanned air-ship // Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. 2017. – Pp. 215–228.

6. Inozemtsev D. P. *Bespilotnyye letatel'nyye apparaty. Teoriya i praktika. Chast' 2* [Unmanned aerial vehicles. Theory and practice. Part 2.]. *Tekhnologii. Bespilotnyye letatel'nyye apparaty* [Technology. Unmanned aerial vehicles]. 2013. – Pp. 48-51.

7. Berdonosov V. D., Zaw Htet Naing, Zhuravlev D. O. *K raschotu kriticheskikh skorostey, vedushchikh k kollizii dvukh BPLA* [Calculation of critical speeds leading to a collision of two UAVs] // *Proizvodstvennyye tekhnologii budushchego: ot sozdaniya k vnedreniyu: materialy mezhduna-rodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Manufacturing technologies of the future: from creation to implementation: materials of the international scientific and practical conference]. – Komsomolsk-on-Amur : FSFEI HL “KnASU”, 2017. – Pp. 9-14.

8. Berdonosov V. D., Zhivotova A. A., Zaw Htet Naing, Zhuravlev D. O. Speed Approach for UAV Collision Avoidance // Journal of Physics: Conference Series. 2018. – Volume 1015. – Pp. 1-6.

9. Bin Fang, Tefang Chen. Research on UAV Collision Avoidance Strategy Considering Threat Levels // Practical Applications of Intelligent Systems. 2014. – Pp. 887-897.

10. Rafael G. Braga, Roberto C. da Silva, Alexandre C.B. Ramos, Felix Mora-Camino. Collision Avoidance Based on Reynolds Rules: A Case Study Using Quadrotors // In Information Technology – New Generations, Advances in Intelligent Systems and Computing, S. Latifi, Eds. Springer International Publishing AG. 2018. – Pp. 773-780.

11. Antonov V. O., Gurchinsky M. M., Petrenko V. I., Tebueva F. B. *Metod planirovaniya trayektorii dvizheniya tochki v prostranstve s prepyatstviyem na osnove iterativnoy kusochno-lineynoy approksimatsii* [A method for planning the trajectory of a point in space with an obstacle based on iterative piecewise linear approximation] [Electronic resource] // *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti* [Control, communication and security systems], 2018. Available at: <http://sccs.intelgr.com/archive/2018-01/09-Antonov.pdf>, free (Access date: September 22, 2019).

12. Azade Fotouhi, Ming Ding, Mahbub Hassan. DroneCells: Improving 5G Spectral Efficiency using Drone-mounted Flying Base Stations // *Journal of Transactions on mobile computing*. 2017. – Pp. 1-14.

13. Berdonosov V. D., Zhuravlev D. O., Barysheva T. G., Krylova S. D. *K raschotu toчек stolknoveniya dvukh BPLA* [Calculating collision points of two UAVs] // *Proizvodstvennyye tekhnologii budushchego: ot sozdaniya k vnedreniyu: materialy mezhduna-rodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Manufacturing technologies of the future: from creation to implementation: materials of the international scientific and practical conference]. – Komsomolsk-on-Amur : FSFEI HL “KnASU”, 2017. – Pp. 22-26.

14. Berdonosov V. D., Zhuravlev D. O., Zaw Htet Naing. *Ob algoritme otsenivaniya vozmozhnosti kollizii dvukh BPLA* [On the algorithm for evaluating the possibility of collisions between two UAVs] // *Proizvodstvennyye tekhnologii budushchego: ot sozdaniya k vnedreniyu: materialy mezhduna-rodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Manufacturing technologies of the future: from creation to implementation: materials of the international scientific and practical conference]. – Komsomolsk-on-Amur : FSFEI HL “KnASU”, 2017. – Pp. 15-21.

15. Berdonosov V. D., Zivotova A. A., Zhuravlev D. O., Zaw Htet Naing. Implementation of the Speed Approach for UAV Collision Avoidance in Dynamic Environment // Published in: 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon-2018). 2018. – Pp. 1-6.

Информация об авторах

Виктор Дмитриевич Бердонос – к. т. н., доцент, доцент кафедры «Прикладная математика», Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, e-mail: berd46@mail.ru.

Дмитрий Олегович Журавлёв – аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, e-mail: d.o.zhuravlev@mail.ru.

Authors

Viktor Dmitrievich Berdonosov – Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Associate Professor of the Subdepartment of Applied Mathematics, Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, e-mail: berd46@mail.ru.

Dmitriy Olegovich Zhuravlev – postgraduate student, Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, e-mail: d.o.zhuravlev@mail.ru.

Для цитирования

Бердонос В.Д., Журавлёв Д.О. Математическая модель взаимного движения беспилотных летательных аппаратов // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2020. – №3(8). – С. 11-21 – DOI: 10.26731/2658-3704.2020.3(8).11-21 – Режим доступа: <http://isimm-irgups.ru/toma/38-2020>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 01.11.2020)

For citations

Berdonosov V.D., Zhuravlev D.O. Mathematical model of mutual movement of unmanned aerial vehicles // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2020. No. 3(8). P. 11-21. DOI: 10.26731/2658-3704.2020.3(8).11-21 [Accessed 01/11/20]