УДК 519.862.6

М. П. Базилевский[1], А. В. Караулова[1]

[1] *Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*

СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ СТЕПЕНИ НЕЛИНЕЙНОСТИ МНОГОФАКТОРНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ И ПОЗИНОМИАЛЬНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Аннотация. При построении регрессионных моделей следует соблюдать баланс между их точностью и сложностью. Сложные модели зачастую точнее, чем простые, но более громоздки, труднообозримы и неудобны в обращении, что весьма затрудняет их интерпретацию. Проблематично становится интерпретировать модели и в том случае, если их структурная спецификация значительно нелинейна. Данная статья посвящена проблеме оценки степени нелинейности регрессионных моделей. Ранее авторами был предложен способ оценки степени нелинейности полиномиальных регрессий с одной объясняющей переменной. В данной работе этот способ обобщен для многофакторных полиномиальных регрессий. Впервые введена позиномиальная регрессионная модель, обобщающая многие известные формы связи между переменными, в частности, полиномиальную. Предложенный способ измерения степени нелинейности полиномиальных регрессий может применяться и для позиномиальных моделей.

Ключевые слова: полиномиальная регрессия, критерий нелинейности, точность, сложность, позином, позиномиальная регрессия.

M.P. Bazilevskiy[1], A.V. Karaulova[1]

[1] *Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia*

A METHOD FOR MEASURING THE NONLINEARITY DEGREE OF MULTIVARIATE POLYNOMIAL AND POSINOMIAL REGRESSION MODELS

Abstract. When constructing regression models, a balance should be struck between their accuracy and complexity. Complex models are often more accurate than simple ones, but they are more cumbersome, hard to see and inconvenient to use, which makes their interpretation very difficult. It becomes problematic to interpret models even if their structural specification is significantly non-linear. This article is devoted to the problem of estimating the degree of nonlinearity of regression models. Previously, the authors proposed a method for estimating the degree of nonlinearity for polynomial regressions with one explanatory variable. In this paper, this method is generalized for multivariate polynomial regressions. For the first time, a posinomial regression model has been introduced, which generalizes many known forms of relation between variables, in particular, a polynomial one. The proposed method for measuring the nonlinearity degree of polynomial regressions can also be applied to posinomial models.

Keywords: polynomial regression, non-linearity criterion, accuracy, complexity, posinom, posinomial regression.

Введение

Как известно, суть методологии математического моделирования [1,2] состоит в замене исходного объекта его образом – математической моделью и дальнейшем её изучении. В [3] к свойствам математических моделей относят адекватность, простоту, потенциальность, универсальность, экономичность, точность и способность к развитию. А, например, авторы работы [4] среди свойств моделей выделяют целенаправленность, адекватность, замкнутость, корректность, простоту и сложность, мягкость и жесткость, конечность, приближенность, экономичность, истинность, информативность, полноту, адаптивность, управляемость, эволюционируемость. Рассмотрим два основных свойства моделей – простоту и точность.

1. Точность (приближенность) характеризует количественное различие между оригиналом и моделью, т.е. это степень совпадения значений выходных параметров оригинала и модели. При этом не следует путать адекватность и точность модели. Модель может быть точной, но на практике вести себя неадекватно.

2. Простота и сложность. Как отмечено в [4], одновременное требование простоты и адекватности модели является противоречивым. Простыми моделями легче оперировать, но

они часто неточны. В сложных моделях можно учесть большее число факторов, влияющих на изучаемые характеристики, поэтому сложные модели точнее отражают моделируемые свойства оригинала, но они более громоздки, труднообозримы и неудобны в обращении. Говоря о сложности модели далее будем подразумевать её громоздкость. Таким образом, при моделировании требуется соблюдать некий баланс между простотой (сложностью) и точностью модели. Исследованию такого баланса посвящена, например, работа [5].

По виду математические модели классифицируются на линейные и нелинейные [4]. Математическая модель называется линейной, если её оператор обеспечивает линейную зависимость выходных величин от значений входных величин. В противном случае модель является нелинейной. Как известно, нелинейные модели это самый сложно интерпретируемый класс функций. И здесь снова возникает противоречие: линейные модели зачастую неточно описывают функционирование объекта исследования, но они просты в интерпретации, а нелинейные модели описывают его поведение точнее, но их сложно интерпретировать. Поэтому при моделировании требуется соблюдать ещё и баланс между степенью нелинейности и точностью модели. В целом же нужно балансировать между сложностью, точностью и нелинейностью.

Регрессионный анализ [6,7] является признанным инструментом математического моделирования. В настоящее время регрессионный анализ активно развивается. Так, в [8] предложен алгоритм модификации непрерывной формы метода максимальной согласованности при построении регрессионной модели, в [9] разработан программный комплекс, предназначенный для оценивания линейных регрессий методом смешанного оценивания и другими методами, в [10] рассмотрены способы оценивания параметров трех типов кусочно-линейных регрессий, в [11] предложено строить кусочно-линейную свертку вариантов регрессионной модели, в [12] рассмотрен метод построения неэлементарных линейных регрессий на основе аппарата математического программирования. Регрессионные модели также обладают свойствами точности и сложности. Для оценки степени нелинейности некоторых видов регрессионных моделей в [13,14] были разработаны специальные критерии, позволяющие количественно определять нелинейность каждой переменной по шкале от 0 (линейность) до 1 (совершенная нелинейность). Тем самым, нелинейность, так же как сложность и точность, можно считать свойством регрессионных моделей.

Ранее авторами данной работы решались задачи [15,16] построения некоторых типов регрессионных моделей по критериям точности и нелинейности. Цель данной работы состоит в разработке способа оценивания степени нелинейности более сложных регрессионных зависимостей.

1. Многофакторная полиномиальная регрессия и оценка её нелинейности

Впервые задача построения регрессии по критериям точности и нелинейности была сформулирована для аддитивных степенных регрессий (АСР) [15]:

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j x_{ij}^{b_j} + \varepsilon_i, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

где n – объем выборки; m – число объясняющих переменных; y_i, $i = \overline{1,n}$ – значения зависимой переменной; x_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$ – значения независимых переменных; α_0, α_j, β_j, $j = \overline{1,m}$ – неизвестные параметры; ε_i, $i = \overline{1,n}$ – ошибки аппроксимации.

АСР (1) является нелинейной по параметрам. Однако в работе [15] величины параметров β_j, $j = \overline{1,m}$ задавались как числа из некоторого наперед заданного интервала, поэтому модель (1) была линейной по параметрам и называлась квазилинейной. И не составляло труда находить оценки её параметров α_j, $j = \overline{1,m}$ с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

Затем в [16] для построения квазилинейных регрессий по критериям точности и нелинейности был разработан программный комплекс КВАРТОН-1. При этом число объясняющих переменных в моделях, а значит, их сложность, не менялись.

После чего в [17] для АСР (1) были предложены воронки нелинейности. По ним ещё до оценивания модели можно определять области возможных значений параметров β_j, $j=\overline{1,m}$, при которых регрессия будет иметь слабую степень нелинейности. Такое сужение областей поиска неизвестных параметров повышает скорость численного нахождения их оценок. При этом гарантируется возможность интерпретации полученной АСР. В работе [18] модели (1) обобщены до АСР со степенями в виде дискретных функций времени.

К сожалению, при положительных значениях независимых переменных для любых оценок параметров β_j, $j=\overline{1,m}$ степенные функции в АСР (1) всегда монотонны. Следовательно, такие модели будут в целом незначительно отличаться от линейных, а значит, и их точность может быть не слишком высокой. Поэтому в [19] вместо АСР (1) было принято решение использовать полиномиальные регрессионные модели (ПолРМ):

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{q} \alpha_k x_i^k + \varepsilon_i, \qquad i=\overline{1,n}, \tag{2}$$

где q – старшая степень полинома.

Как известно, для любого множества точек (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) (с разными абсциссами) всегда можно подобрать полином степени $(n-1)$, проходящий через все эти точки. Пусть, например, имеется множество из десяти точек (1,2), (2,15), (3,14), (4,17), (5,51), (6,9), (7,10), (8,12), (9,7), (10,5). Оцененный по этим точкам с помощью МНК полином 9-й степени имеет вид:

$$\tilde{y} = 9142 - 25060x + 27395{,}31x^2 - 15973{,}1x^3 + 5551{,}553x^4 -$$
$$-1205{,}54x^5 + 164{,}9889x^6 - 13{,}8213x^7 + 0{,}6469246x^8 - 0{,}0129547x^9.$$

График этой функции представлен на рис. 1.

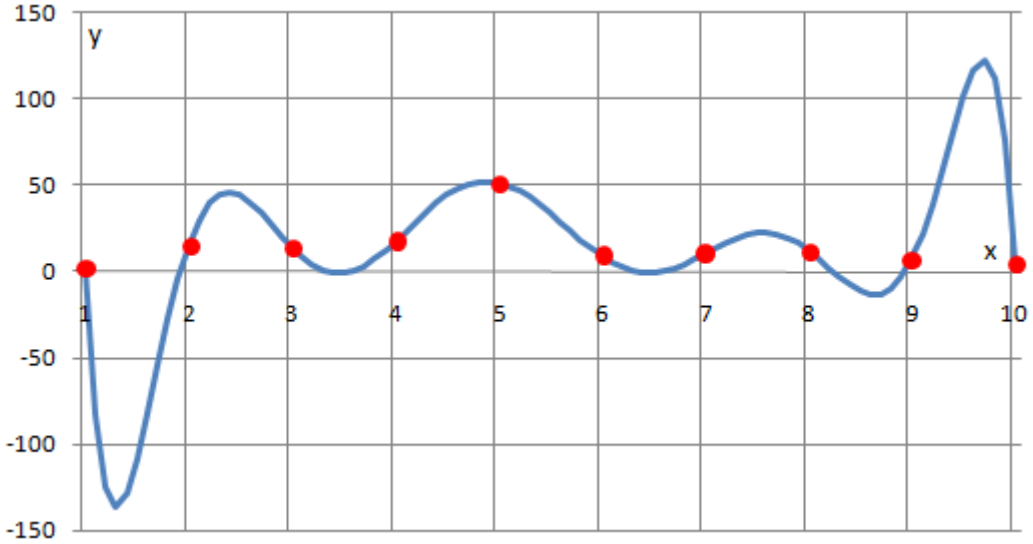

Рис. 1. График полинома 9-й степени

На рис. 1 красных цветом выделены исходные точки. Как видно, график функции проходит через все эти точки, т.е. на первый взгляд построена максимально точная (идеальная) модель. Однако она в значительной степени нелинейна (график функции имеет 8 экстремумов!), поэтому, во-первых, нельзя интерпретировать коэффициенты полинома, а, во-вторых, прогнозы по нему будут нестабильны. Например, в точках $x=1$ и $x=2$ фактические значения переменной y совпадают с расчетными по модели значениями 2 и 15.

Однако прогноз в близлежащей к этим двум точкам точке $x=1,3$ дает отрицательное значение –136,4, сильно отличающееся и от 2, и от 15. Так происходит потому, что при моделировании мы вынудили регрессию реагировать на случайности. Из всего этого следует, что при построении моделей, в частности, полиномиальных, как отмечено в [20], не следует гнаться за чрезмерной сложностью уравнения регрессии, стремясь к достижению только высокого качества аппроксимации. И в той же работе рекомендуется еще до обращения к исходным данных пытаться давать ответы на такие вопросы касаемо нелинейности модели: будет ли искомая функция монотонная или иметь экстремумы, будут ли асимптоты, должен ли график функции проходить через заданные точки и т.д.

В [19] для ПолРМ (2) был разработан критерий оценки их нелинейности. Однако в модель (2) входит лишь одна объясняющая переменная x. Поэтому расширим в этой регрессии состав объясняющих переменных, введя многофакторную ПолРМ:

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{m}\alpha_{kj}x_{ij}^k + \varepsilon_i, \qquad i=\overline{1,n}. \tag{3}$$

Тогда, как следует из [19], для оценки степени нелинейности ПолРМ (3) для каждой объясняющей переменной введем векторы критериев нелинейности:

$$VNC\left(x_j\right) = \left(NC_{x_j,1}, NC_{x_j,2}, ..., NC_{x_j,s_j+1}\right), \qquad j=\overline{1,m}, \tag{4}$$

где s_j – общее количество точек экстремума и перегиба $x_1^{(j)}$, $x_2^{(j)}$, ..., $x_{s_j}^{(j)}$ функции $\sum_{k=1}^{q}\tilde{\alpha}_{kj}x_j^k$ для j-й переменной, которые разбивают отрезок $\left[x_0^{(j)}, x_{s_j+1}^{(j)}\right]$ ($x_0^{(j)} = \min\left\{x_{1j,}x_{2j},...,x_{nj}\right\}$, $x_{s_j+1}^{(j)} = \max\left\{x_{1j,}x_{2j},...,x_{nj}\right\}$) на $\left(s_j+1\right)$ отрезков; $NC_{x_j,h}$, $h=\overline{1,s_j+1}$ – критерии нелинейности для j-й переменной, которые находятся на каждом из отрезков $\left[x_{h-1}^{(j)}, x_h^{(j)}\right]$, $h=\overline{1,s_j+1}$ по формулам:

$$NC_{x_j,h} = \left|\frac{\sum_{k=1}^{q}\tilde{\alpha}_{kj}\left(\left(x_h^{(j)}\right)^k + \left(x_{h-1}^{(j)}\right)^k\right)}{\sum_{k=1}^{q}\tilde{\alpha}_{kj}\left(\left(x_h^{(j)}\right)^k - \left(x_{h-1}^{(j)}\right)^k\right)} - \frac{2\int_{x_{h-1}^{(j)}}^{x_h^{(j)}}\sum_{k=1}^{q}\tilde{\alpha}_{kj}x_j^k dx_j}{\left(x_h^{(j)} - x_{h-1}^{(j)}\right)\left(\sum_{k=1}^{q}\tilde{\alpha}_{kj}\left(\left(x_h^{(j)}\right)^k - \left(x_{h-1}^{(j)}\right)^k\right)\right)}\right|, \; j=\overline{1,m}, \; h=\overline{1,s_j+1}. \tag{5}$$

Заметим, что значения критериев нелинейности (5) объясняющих переменных зависят от оценок параметров ПолРМ.

Каждый их критериев (5) принимает значение от 0 до 1. Если $NC_{x_j,h}=0$, то на отрезке $\left[x_{h-1}^{(j)}, x_h^{(j)}\right]$ объясняющая переменная x_j линейна. Если $NC_{x_j,h}\to 1$, то преобразование j-й переменной на h-м отрезке в значительной степени нелинейно.

Для j-го вектора (4) справедливы утверждения.

1. Чем больше компонент в векторе, тем больше экстремумов и перегибов имеет функция, поэтому сложнее её поведение с точки зрения нелинейности. Если вектор содержит одну компоненту, то функция на отрезке $\left[x_0^{(j)}, x_{s_j+1}^{(j)}\right]$ монотонна.

2. Если все компоненты вектора равны 0, то функция представляет собой ломаную, состоящую из s_j+1 звеньев. Если при этом вектор содержит одну нулевую компоненту, то функция линейна на отрезке $\left[x_0^{(j)}, x_{s_j+1}^{(j)}\right]$. Чем выше значения компонент вектора, тем труднее интерпретировать модель.

Таким образом, любая многофакторная ПолРМ характеризуется множеством из m векторов критериев нелинейности (4), что вызывает определенные неудобства на практике,

когда требуется быстро оценить степень нелинейности модели в целом. Для этого введем следующие 2 показателя.

1. Суммарное число экстремумов и перегибов (Sum of Extrema and Inflections) ПолРМ, которое находится по формуле:

$$\mathrm{SEI} = \sum_{j=1}^{m} s_j \,. \tag{6}$$

Если SEI = 0, то все входящие в модель функции от объясняющих переменных монотонны. Чем выше значение SEI, тем сложнее поведение функции.

2. Критерий нелинейности ПолРМ в целом $NC_{\max}$, равный максимальной компоненте векторов (4), т.е.

$$NC_{\max} = \max\left\{\max\left(VNC\left(x_1\right)\right), \max\left(VNC\left(x_2\right)\right), ..., \max\left(VNC\left(x_m\right)\right)\right\}. \tag{7}$$

С помощью критериев (6) и (7) можно контролировать степень нелинейности, а, значит, интерпретируемость модели следующим образом. Если $NC_{\max} = 0$, а SEI = 0, то ПолРМ представляет собой линейную регрессию – самую простую в интерпретации модель. Если $NC_{\max} = 0$, а SEI > 0, то график функции для каждой объясняющей переменной представляет собой либо прямую, либо ломаную, что не вызывает никаких преград для интерпретации модели. Если $NC_{\max} \le NC^*$ (NC^* – некое пороговое значение степени нелинейности, которое можно взять равным, например, 0,2), а SEI > 0, то график функции для каждой объясняющей переменной будет слабо отличаться от прямой (ломаной), поэтому в таком случае вместо нелинейных функций допустимо интерпретировать прямые (ломаные). Если $NC_{\max} > NC^*$, то ПолРМ в значительной степени нелинейна, поэтому её проблематично интерпретировать.

2. Многофакторная позиномиальная регрессия

В Википедии (https://ru.wikipedia.org/wiki/Позином), со ссылкой на работу [21] утверждается, что позином – обобщенный полином вида

$$g(x) = \sum_{k=1}^{q} c_k \prod_{j=1}^{m} x_j^{b_{kj}}, \quad x_j > 0,\ c_k > 0,\ b_{kj} \in \square \,. \tag{8}$$

Тогда с использованием позинома (8) введем в рассмотрение позиномиальную регрессионную модель (ПозРМ):

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{q} \alpha_k \prod_{j=1}^{m} x_{ij}^{b_{kj}} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1,n}\,. \tag{9}$$

Можно заметить, что если параметры b_{kj} в ПозРМ (9) принимают значения 0 и 1, то такая модель трансформируется в линейно-мультипликативную регрессию (ЛМР) [22].

Пусть в каждом слагаемом ПозРМ присутствует только одна объясняющая переменная, причем, каждая из них входит в модель ровно q раз. Такая ПозРМ будет иметь вид:

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{q} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{kj} x_{ij}^{b_{kj}} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1,n}\,. \tag{10}$$

Например, при $q = 2$ и $m = 3$ ПозРМ (10) можно записать в виде:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_{11} x_{i1}^{b_{11}} + \alpha_{12} x_{i2}^{b_{12}} + \alpha_{13} x_{i3}^{b_{13}} + \alpha_{21} x_{i1}^{b_{21}} + \alpha_{22} x_{i2}^{b_{22}} + \alpha_{23} x_{i3}^{b_{23}} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1,n}\,.$$

Нетрудно заметить, что:

- если $q = 1$, то ПозРМ (10) трансформируется в АСР (1);
- если $b_{kj} = k$, то ПозРМ (10) трансформируется в ПолРМ (3).

Таким образом, ПозРМ (10) есть обобщение АСР (1) и ПолРМ (3). Из этого следует, что для оценки степени нелинейности ПозРМ (10) можно использовать критерии (6) и (7).

Заключение. В данной работе рассмотрены многофакторные полиномиальные регрессионные модели. Предложен способ измерения степени их нелинейности. Введены в рассмотрение позиномиальные регрессионные модели, обобщающие известные ранее модели. Предложенный способ измерения нелинейности справедлив и для новых моделей. Дальнейшие работы авторов будут посвящены оцениванию позиномиальных регрессий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
2. Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б., Воронина П.В. Математическое моделирование. – Новосибирск: РИЦ НГУ, 2014. – 263 с.
3. Звонарев С.В. Основы математического моделирования. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. – 112 с.
4. Аюпов В.В. Математическое моделирование технических систем. – Пермь: ИПЦ «Прокрость», 2017. – 242 с.
5. Соколов А.В., Волошинов В.В. Выбор математической модели: баланс между сложностью и близостью к измерениям // International Journal of Open Information Technologies. – 2018. – Т. 6. – № 9. – С. 33-41.
6. Montgomery D.C., Peck E.A., Vining G.G. Introduction to linear regression analysis. – John Wiley & Sons, 2021.
7. Draper N.R., Smith H. Applied regression analysis. – John Wiley & Sons, 1998.
8. Носков С.И., Бычков Ю.А. Модификация непрерывной формы метода максимальной согласованности при построении линейной регрессии // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 5. – С. 88-94.
9. Носков С.И., Перфильева К.С. Программный комплекс построения линейных регрессионных моделей методом смешанного оценивания // Южно-Сибирский научный вестник. – 2021. – № 3 (37). – С. 38-42.
10. Носков С.И., Хоняков А.А. Программный комплекс построения некоторых типов кусочно-линейных регрессий // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. – 2019. – № 3 (4). – С. 47-55.
11. Носков С.И. Кусочно-линейная свертка вариантов регрессионной модели объекта // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2022. – № 3. – С. 15-21.
12. Базилевский М.П. Метод построения неэлементарных линейных регрессий на основе аппарата математического программирования // Проблемы управления. – 2022. – № 4. – С. 3-14.
13. Базилевский М.П. Критерии нелинейности квазилинейных регрессионных моделей // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2018. – Т. 6. – № 4 (23). – С. 185-195.
14. Базилевский М.П. Критерии нелинейности многофакторных квазилинейных регрессий // Молодежь и наука: Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований. – 2019. – С. 210-213.
15. Базилевский М.П., Караулова А.В. Выбор оптимального соотношения между точностью и нелинейностью при построении квазилинейных регрессионных моделей // Вестник кибернетики. – 2021. – № 4 (44). – С. 63-70.
16. Караулова А.В., Базилевский М.П. Программный комплекс построения квазилинейных регрессий по критериям точности и нелинейности // Экономика. Информатика. – 2022. – Т. 49. – № 1. – С. 121-133.
17. Базилевский М.П., Караулова А.В. Исследование критериев нелинейности аддитивных степенных регрессий // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 3 (27). – С. 162-173.

18. Караулова А.В., Базилевский М.П. Построение аддитивных степенных регрессионных моделей со степенями в виде дискретных функций времени // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. – 2022. – № 2 (14). – С. 1-7.

19. Базилевский М.П., Караулова А.В. Оценка степени нелинейности полиномиальных регрессионных моделей // Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами. – 2022. – № 3 (15). – С. 1-6.

20. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: Издательское объединение «ЮНИТИ», 1998.

21. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. – М.: Мир, 1972. – 311 с.

22. Носков С.И., Базилевский М.П. Построение регрессионных моделей с использованием аппарата линейно-булевого программирования. – Иркутск: ИрГУПС, 2018. – 176 с.

REFERENCES

1. Samarskiy A.A., Mikhaylov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery* [Mathematical modeling: Ideas. Methods. Examples]. Moscow, Fizmatlit, 2001. 320 p.

2. Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B., Voronina P.V. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical modeling]. – Novosibirsk, RITs NGU, 2014. 263 p.

3. Zvonarev S.V. *Osnovy matematicheskogo modelirovaniya* [Fundamentals of mathematical modeling.]. Ekaterinburg, Izd-vo Ural. un-ta, 2019. 112 p.

4. Ayupov V.V. *Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem* [Mathematical modeling of technical systems]. – Perm, IPTs «Prokrost'», 2017. 242 p.

5. Sokolov A.V., Voloshinov V.V. *Vybor matematicheskoy modeli: balans mezhdu slozhnost'yu i blizost'yu k izmereniyam* [Choice of mathematical model: balance between complexity and proximity to measurements]. International Journal of Open Information Technologies. 2018, no. 9, pp. 33-41.

6. Montgomery D.C., Peck E.A., Vining G.G. *Introduction to linear regression analysis*. John Wiley & Sons, 2021.

7. Draper N.R., Smith H. *Applied regression analysis*. John Wiley & Sons, 1998.

8. Noskov S.I., Bychkov Yu.A. *Modifikatsiya nepreryvnoy formy metoda maksimal'noy soglasovannosti pri postroenii lineynoy regressii* [Modification of the continuous form of the maximum consistency method in constructing linear regression]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki* [News of the Tula state university. Technical sciences]. 2022, no. 5, pp. 88-94.

9. Noskov S.I., Perfil'eva K.S. *Programmnyy kompleks postroeniya lineynykh regressionnykh modeley metodom smeshannogo otsenivaniya* [Software package for constructing linear regression models using the mixed estimation method]. *Yuzhno-Sibirskiy nauchnyy vestnik* [South Siberian Scientific Bulletin]. 2021, no. 3, vol. 37, pp. 38-42.

10. Noskov S.I., Khonyakov A.A. *Programmnyy kompleks postroeniya nekotorykh tipov kusochno-lineynykh regressiy* [A software package for constructing some types of piecewise linear regressions]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami* [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems]. 2019, no. 3, vol. 4, pp. 47-55.

11. Noskov S.I. *Kusochno-lineynaya svertka variantov regressionnoy modeli ob"ekta* [Piece-linear convolution of options of the object regression model]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyy analiz i informatsionnye tekhnologii* [Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies]. 2022, no. 3, pp. 15-21.

12. Bazilevskiy M.P. *Metod postroeniya neelementarnykh lineynykh regressiy na osnove apparata matematicheskogo programmirovaniya* [A method for constructing non-elementary linear

regressions based on mathematical programming]. *Problemy upravleniya* [Control Sciences]. 2022, no. 4, pp. 3-14.

13. Bazilevskiy M.P. *Kriterii nelineynosti kvazilineynykh regressionnykh modeley* [Nonlinear criteria of quasilinear regression models]. *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii* [Modeling, optimization and information technology]. 2018, no. 4, vol. 23, pp. 185-195.

14. Bazilevskiy M.P. *Kriterii nelineynosti mnogofaktornykh kvazilineynykh regressiy* [Nonlinearity Criteria for Multifactorial Quasilinear Regressions]. *Molodezh' i nauka: Aktual'nye problemy fundamental'nykh i prikladnykh issledovaniy* [Youth and science: Actual problems of fundamental and applied research]. 2019, pp. 210-213.

15. Bazilevskiy M.P., Karaulova A.V. *Vybor optimal'nogo sootnosheniya mezhdu tochnost'yu i nelineynost'yu pri postroenii kvazilineynykh regressionnykh modeley* [Selecting the optimum relationship between accuracy and non-linearity in constructing quasi-linear regression models]. *Vestnik kibernetiki* [Proceedings in Cybernetics]. 2021, no. 4, vol. 44, pp. 63-70.

16. Karaulova A.V., Bazilevskiy M.P. *Programmnyy kompleks postroeniya kvazilineynykh regressiy po kriteriyam tochnosti i nelineynosti* [Software complex for constructing quasi-linear regressions according to the criteria of accuracy and non-linearity]. *Ekonomika. Informatika* [Economics. Informatics]. 2022, vol. 49, no. 1, pp. 121-133.\

17. Bazilevskiy M.P., Karaulova A.V. *Issledovanie kriteriev nelineynosti additivnykh stepennykh regressiy* [Study of non-linearity criteria for additive power regressions]. *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii* [Informational and mathematical technologies in science and management]. 2022, no. 3, vol. 27, pp. 162-173.

18. Karaulova A.V., Bazilevskiy M.P. *Postroenie additivnykh stepennykh regressionnykh modeley so stepenyami v vide diskretnykh funktsiy vremeni* [Construction of additive power regression models with degrees in the form of discrete time functions]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami* [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems]. 2022, no. 2, vol. 14, pp. 1-7.\

19. Bazilevskiy M.P., Karaulova A.V. *Otsenka stepeni nelineynosti polinomial'nykh regressionnykh modeley* [Estimating the degree of nonlinearity for polynomial regression models]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami* [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems]. 2022, no. 3, vol. 15, pp. 1-6.

20. Ayvazyan S.A., Mkhitaryan V.S. *Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki*. [Applied statistics and fundamentals of econometrics]. Moscow, Izdatel'skoe ob"edinenie «YuNITI», 1998.

21. Daffin R., Piterson E., Zener K. *Geometricheskoe programmirovanie* [Geometric programming]. Moscow, Mir, 1972. 311 p.

22. Noskov S.I., Bazilevskiy M.P. *Postroenie regressionnykh modeley s ispol'zovaniem apparata lineyno-bulevogo programmirovaniya* [Construction of regression models using mixed integer linear programming]. Irkutsk, IrGUPS, 2018. 176 p.

Информация об авторах

Михаил Павлович Базилевский – к. т. н., доцент, доцент кафедры «Математика», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: mik2178@yandex.ru

Анна Витальевна Караулова – аспирант кафедры «Информационные системы и защита информации», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: anuta_kav@mail.ru

Authors

Mikhail Pavlovich Bazilevskiy – Ph. D. in Engineering Science, Associate Professor, the Subdepartment of Mathematics, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: mik2178@yandex.ru

Anna Vitalievna Karaulova – postgraduate student of the Department «Information Systems and Information Protection», Irkutsk State University of Railways, Irkutsk, e-mail: anuta_kav@mail.ru

Для цитирования

Базилевский М.П., Караулова А.В. Способ измерения степени нелинейности многофакторных полиномиальных и позиномиальных регрессионных моделей // «Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами»: электрон. науч. журн. – 2022. – №4(16). – С. 1-9 – DOI: 10.26731/2658-3704.2022.4(16).1-9 – Режим доступа: http://ismm-irgups.ru/toma/416-2022, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус., англ. (дата обращения: 17.12.2022).

For citations

Bazilevskiy M.P., Karaulova A.V. A method for measuring the nonlinearity degree of multivariate polynomial and posinomial regression models // Informacionnye tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v upravlenii slozhnymi sistemami: ehlektronnyj nauchnyj zhurnal [Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems: electronic scientific journal], 2022. No. 4(16). P. 1-9. DOI: 10.26731/2658-3704.2022.4(16).1-9 [Accessed 17/12/22].